# Master-Kursprüfung „Ost-West-Handelsmodelle“
# SS 2016

**Pflichtmodul „Internationale VWL“ (M.Sc. IVWL)**

**Schwerpunktmodul „Außenwirtschaft“ (M.Sc. VWL)**

**6 Kreditpunkte**

**Bearbeitungsdauer: 90 Minuten**

**20.7.2016**

**Prof. Dr. Lutz Arnold**

| *Bitte gut leserlich ausfüllen:* |
| --- |
| **Name:** |
| **Vorname:** |
| **Matr.-nr.:** |

*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\sum$ |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | | | | |

## Bearbeiten Sie vier der fünf Aufgaben!

Je Aufgabe sind maximal **25 Punkte** erreichbar.

Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte auf dem Klausurbogen ein.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Foliensatz zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 11.
Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner.

**Aufgabe 1: „Einfaches Außenhandelsmodell“**

Betrachten Sie das „einfache Außenhandelsmodell“ mit einem Produktionsfaktor (Angebot $L = 12$). Die Nutzenfunktion ist $U = XY$, die Produktionsfunktionen sind $F_X(L_X) = L_X^{\frac{1}{4}}$ und $F_Y(L_Y) = L_Y^{\frac{3}{4}}$.

(a) Bestimmen Sie die Bedingungen für Nutzenmaximierung und Gewinnmaximierung.

(b) Betrachten Sie die Ökonomie zunächst bei Autarkie. Berechnen Sie (auf drei Nachkommastellen) die Gleichgewichtswerte für den Relativpreis $\frac{p_X}{p_Y}$, die Konsummengen, die Produktionsmengen und das Nutzenniveau.

(c) Skizzieren Sie das Autarkie-Gleichgewicht in einer Grafik.

(d) Nun herrsche Freihandel bei gegebenem Weltmarkt-Preisverhältnis $\frac{p_X}{p_Y} = 3$. Zeigen Sie, dass $L_X = 2{,}144$ und $L_Y = 9{,}856$ und die zugehörigen Produktionsniveaus die Bedingungen für Gewinnmaximierung und Faktormarkträumung erfüllen.

(e) Berechnen Sie den Wert des Produktionspunkts (in Einheiten von Gut $Y$). Formulieren Sie die Budgetgleichung, die besagt, dass der Konsumpunkt (in Einheiten von Gut $Y$) den gleichen Wert hat. Berechnen Sie mit Hilfe der Nutzenmaximierungsbedingung aus Aufgabenteil (a) die gleichgewichtigen Konsummengen. Zeigen Sie, dass das Nutzenniveau höher ist als in Autarkie.

(f) Skizzieren Sie das Freihandelsgleichgewicht in der Grafik aus Aufgabenteil (c).

**Aufgabe 2: IITT ohne Fixkosten**

(a) Wie lautet die Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion, wenn $\alpha = \frac{1}{2}$ ist? Wie lauten (ohne Herleitung) die aus der Maximierung dieser Funktion resultierenden Nachfragefunktionen?

(b) Sei $L = 100$, $A = 1.000$ und $a_{LY} = 2$. Betrachten Sie zunächst die integrierte Ökonomie. Wie hoch sind $w/P$ und $Y$ im integrierten Gleichgewicht (mit den gemachten Zahlenangaben)?

(c) Die Weltwirtschaft bestehe aus vier Ländern $k = 1, 2, 3, 4$ mit Arbeitsangeboten $L^1 = 10$, $L^2 = 20$, $L^3 = 30$ und $L^4 = 40$. Land 1 kann die Produkte $j$ im Intervall $[0, 200]$ herstellen, Land 2 die Produkte im Intervall $[0, 300]$, Land 3 die Produkte im Intervall $[300, 700]$ und Land 4 die Produkte im Intervall $[500, 1.000]$. Geben Sie eine Möglichkeit an, wie das integrierte Gleichgewicht reproduziert wird (d.h. für jedes Land die Menge der dort hergestellten Güter).

(d) Wie lautet die Budgetbeschränkung eines Haushalts in Land 1, der eine Einheit Arbeit anbietet, in Autarkie? Leiten Sie hieraus sein Nutzenniveau $U_h$ in Autarkie her (mit den gemachten Zahlenangaben).

(e) Wie hoch ist der Nutzen des gleichen Haushalts bei Freihandel? Erklären Sie mit einem Satz, warum „gains from trade“ vorliegen.

**Aufgabe 3: WETT-Grundmodell**

(a) Sei $\alpha = \frac{4}{5}$. Wie lauten (ohne Herleitung) die Nachfragefunktionen für Varietäten, die im Westen bzw. im Osten produziert werden? Wie hoch sind Preis- und Einkommenselastizität der Nachfrage?

(b) Sei $a_{LY} = 100$. Wie hoch sind die Preise der Varietäten, je nachdem in welchem Land sie produziert werden?

(c) Sei $L^{East} = 2.000$ und $L^{West} = 5.000$. Wie lauten die Arbeitsmarkträumungsbedingungen für die beiden Länder?

(d) Leiten Sie aus Ihren Antworten zu den Aufgabenteilen (a)-(c) Schritt für Schritt den Zusammenhang zwischen $\frac{w^{West}}{w^{East}}$ und $\frac{A^{West}}{A^{East}}$ her.

(e) Illustrieren Sie die Funktion aus Aufgabenteil (d) in einer Grafik. Markieren Sie, bei welchem Wert von $\frac{A^{West}}{A^{East}}$ die Funktion den Wert 1 annimmt.

(f) Sei $A = 10$ und $\bar{A}^{East} = 0{,}5$. Wie hoch sind $\frac{A^{West}}{A^{East}}$ und $\frac{w^{West}}{w^{East}}$ im Gleichgewicht? (Rechnen Sie mit drei Nachkommastellen.)

(g) Nun steige $\bar{A}^{East}$ auf 0,59. Der Relativlohn bleibt auf dem in Aufgabenteil (f) ermittelten Niveau. Zeigen Sie, dass die Gleichung aus Aufgabenteil (d) damit zu

$$7{,}594 = \frac{2.000}{L^{West}} \frac{A^{West}}{A^{East}}$$

wird. Wie hoch ist die Arbeitslosigkeit im Westen?

**Aufgabe 4: „Gains from trade“ im WETT-Grundmodell**

(a) Ein Haushalt $h$ mit Einkommen $w^{k'}$ maximiert seinen Nutzen, indem er die Menge

$$Y_h^k = \frac{(P^k)^{-\frac{1}{1-\alpha}} w^{k'}}{A^{West}(P^{West})^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} + A^{East}(P^{East})^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

von in Land $k$ produzierten Gütern nachfragt. Berechnen Sie hieraus den (indirekten) Nutzen in Abhnängigkeit von $A^{West}$, $A^{East}$, $P^{West}$ und $P^{East}$.

(b) Zeigen Sie Schritt für Schritt, dass der Nutzen eines Haushalts im Westen sich darstellen lässt als

$$U_h = \frac{A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{a_{LY}} \left[ \frac{A^{West}}{A} + \frac{A^{East}}{A} \left( \frac{w^{West}}{w^{East}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} .$$

Wie hoch ist er im Vergleich dazu bei Autarkie? Zeigen Sie anhand der obigen Formel, dass der Haushalt bei Freihandel einen höheren Nutzen erreicht, wenn $\frac{w^{West}}{w^{East}} > 1$ ist.

(c) Zeigen Sie Schritt für Schritt, dass der Nutzen eines Haushalts im Osten sich darstellen lässt als

$$U_h = \frac{(A^{East})^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{a_{LY}} \left[ \frac{A^{West}}{A^{East}} \left( \frac{w^{East}}{w^{West}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + 1 \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} .$$

Wie hoch ist er im Vergleich dazu bei Autarkie? Zeigen Sie, dass der Haushalt bei Freihandel einen höheren Nutzen erreicht, wenn $\frac{w^{West}}{w^{East}} > 1$ ist.

(d) Erklären Sie verbal, warum die Haushalte sowohl im Westen als auch im Osten bei Freihandel ein höheres Nutzenniveau erhalten als in Autarkie.

**Aufgabe 5: Variationsrechnung**

Betrachten Sie das Variationsproblem

$$\max_{[c(t)]_{t=0}^{T}} : \int_0^T g(t)u(c(t))dt$$
$$\text{s.t.:} \int_0^T p(t)c(t)dt = I.$$

(a) Formulieren Sie die notwendige Bedingung, die die Lösung $[c^*(t)]_0^T$ erfüllt.

(b) Sei

$$z(t) \equiv \frac{g(t)u'(c^*(t))}{p(t)} > 0,$$
$$\int_{t'}^{t''} [z(t) - \mu]dt = 0$$

und $c(t) = c^*(t) + \alpha\eta(t)$ mit

$$\eta(t) \equiv \begin{cases} \frac{z(t)-\mu}{p(t)}; & t \in (t', t''); \\ 0; & t \in [0, t'] \cup [t'', T]. \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass $c(t)$ die Nebenbedingung erfüllt.

(c) Wie lautet der Zusatznutzen $\Delta(\alpha)$ den man mit $c(t)$ statt mit $c^*(t)$ erhält? Berechnen Sie $\Delta'(0)$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Definitionen von $z(t)$ und $\eta(t)$, dass $\Delta'(0) > 0$ ist. Argumentieren Sie, dass das im Widerspruch dazu steht, dass $c^*(t)$ optimal ist.

(e) Wie lautet das Problem der Maximierung der Dixit-Stiglitz-Nutzenfunktion unter der Budgetbeschränkung? Argumentieren Sie, dass man dies als ein Variationsproblem auffassen kann. Zeigen Sie, dass die Anwendung des Ergebnisses aus Aufgabenteil (a) zu der notwendigen Bedingung

$$Y(j') = \left[\frac{P(j)}{P(j')}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} Y(j)$$

führt, die man auch mit dem Lagrange-Ansatz erhält (Herleitung dieser Formel nicht notwendig).