Diplom-Prüfung (DPO-94) „Theoretische Volkswirtschaftslehre“

WS 2002/03, 19.2.2003

Teilgebiet „Kapitalmarkttheorie“

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bearbeiten Sie die acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3! In den Aufgaben A1-A8 sind maximal je 5 Punkte erreichbar. In den Aufgaben B1-B3 sind maximal je 20 Punkte erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

A1: (a) Wie heißen die beiden Krisen, die sich um 1720 in Frankreich und Großbritannien abspielten? (b) Welche Finanzmarktregulierungen riefen sie hervor? (c) Was geschah später mit der Regulierung in Großbritannien? (d) Was geschah mit der Regulierung in Frankreich? (e) Was bedeutete das für die Entwicklung der Finanzsysteme in Deutschland und in den USA?

(a)

(b)

(c)

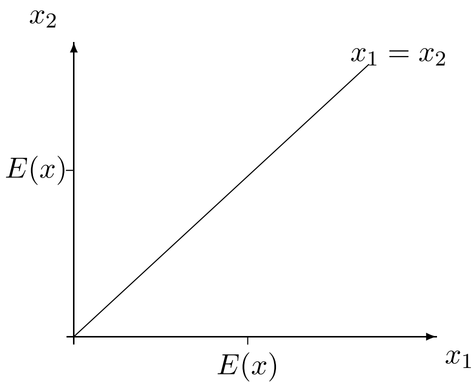
(d)

(e)

A2: (a) Ein Entscheider bewertet Lotterien (x_1, x_2) (mit Wahrscheinlichkeiten π_1 und π_2) anhand der Erwartungsnutzenfunktion $E[u(x)] = \pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2)$, wobei $u'' < 0$ ist. Definieren Sie den Begriff Risikoaversion. (b) Welcher Gleichung genügen alle Lotterien, die zu einem gegebenen Erwartungswert $E(x)$ führen? Zeichnen Sie diese Lotterien als Gerade in die Abbildung. Welche Steigung hat diese Gerade? (c) Welche Steigung haben Indifferenzkurven? Welche Steigung haben sie auf der Sicherheitslinie $x_1 = x_2$? Zeigen Sie: Indifferenzkruven sind streng konvex (d.h. werden mit steigendem x_1 flacher). Zeichnen Sie in die Abbildung die Indifferenzkurve zum Nutzenniveau $u[E(x)]$ ein. (d) Markieren Sie auf der Geraden aus Aufgabenteil (b) eine Lotterie mit $x_1 \neq x_2$, und zeichnen Sie die Indifferenzkurve für diese Lotterie ein. Was können Sie aus Ihrer Zeichnung über den Zusammenhang zwischen Risikoaversion und Krümmung der Nutzenfunktion u sagen?

(a)

(b)



(c)

(d)

A3: Ein risikoneutraler Investor kann drei Finanzanlagen $i = 1, 2, 3$ mit Nutzen u_i gemäß unten stehender Tabelle nicht a priori unterscheiden. Mit Kosten in Höhe von 1 erwischt er jede Anlageformen i mit der angegebenen Wahrscheinlichkeit π_i.

i	1	2	3
u_i	-20	5	10
π_i	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

(a) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird uninformiert investiert? (b) Wie hoch ist der erwartete Nutzenzuwachs, wenn der Investor trotz einer 2-Anlagemöglichkeit weiter sucht? Wird er weiter suchen? (c) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? Wie hoch ist sein Nutzen abzüglich der erwarteten Suchkosten? Nun fallen die $i = 2$-Anlagen weg. (d) Wie hoch ist jetzt der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird uninformiert investiert? (e) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? Ist sein Nutzen abzüglich der erwarteten Suchkosten nun höher als mit den $i = 2$-Anlagen?

(a)

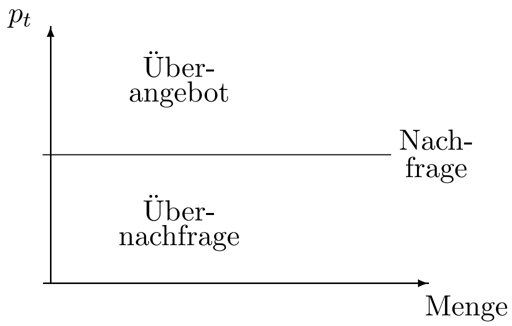
(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Betrachten Sie den in der Abbildung illustrierten Aktienmarkt. (a) Die Aktiennachfrage ist völlig elastisch. Welche in der Abbildung wiedergegebene Eigenschaft des Aktienmarkts folgt daraus? (b) Betrachten wir sehr kurze Zeiträume, in denen Zinsen und Dividenden keine Rolle spielen. Es herrsche Risikoneutralität. Was folgt daraus für die Abbildung? (c) Schließlich mögen die Erwartungen rational sein. Was folgt daraus für die Abbildung? (d) Geben Sie die Formel an, die den gleichgewichtigen Aktienkurs mit dem erwarteten zukünftigen Aktienkurs in Beziehung setzt. (e) Formulieren Sie anhand einer Gleichung: Rationalität der Erwartungen impliziert, dass der Erwartungsfehler im Mittel Null ist. (f) Leiten Sie aus den Ergebnissen der Aufgabenteile (d) und (e) her: Der Aktienkurs folgt einem Random walk.



(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

A5: Weiter mit dem Aktienmarkt aus Aufgabe A4. (a) Wenn man längere Zeiträume betrachtet, muss man Zinsen und Dividenden mit in Betracht ziehen. Wie lautet dann die Arbitrage-Gleichung, die gleiche Renditen für Aktien und festverzinsliche Wertpapiere sicherstellt? (b) Geben Sie den Ausdruck aus der Vorlesung für eine Bubble b_t, die sich im Erwartungswert mit Rate r verzinst, an. Beweisen Sie, dass für die angegebene Bubble die erwartete Verzinsung in der Tat r ist. (c) Zeigen Sie: Wenn p_t^* ein Gleichgewichtskurs ist (d.h. die Arbitrage-Gleichung erfüllt), dann ist auch $p_t^* + b_t$ ein Gleichgewichtskurs. (d) Sei $d = 10$, $r = 10\%$ und

$$b_{t+1} = \begin{cases} 10b_t; & \text{W'keit}\, 0,11 \\ \epsilon_{t+1}; & \text{W'keit}\, 0,89 \end{cases}$$

mit ϵ als white noise. Wie hoch ist der Fundamentalkurs p_t^*? Zeigen Sie, dass sich die Bubble mit 10% verzinst. Ist $p_t^* + b_t$ ein Gleichgewichtskurs?

(a)

(b)

(c)

(d)

A6: (a) Definieren Sie den (unbedingten) Erwartungswert einer kontinuierlichen Zufallsvariablen x mit Verteilungsfunktion $H(x)$. (b) Definieren Sie den bedingten Erwartungswert von x gegeben $x \leq \bar{x}$. Betrachten Sie dann einen Aktienmarkt mit p als Aktienkurs und v als Wert der Firmen, der mit Verteilungsfunktion $H(v)$ in der Gesamtheit der Firmen verteilt ist. (c) Welche Firmen bieten zum Preis p ihre Anteile an? (d) Wie hoch ist der (bedingte) Erwartungswert der angebotenen Aktien? (e) Lohnt es sich für potenzielle Käufer, Aktien nachzufragen? Warum? (f) Wie viel wird folglich im Marktgleichgewicht gehandelt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

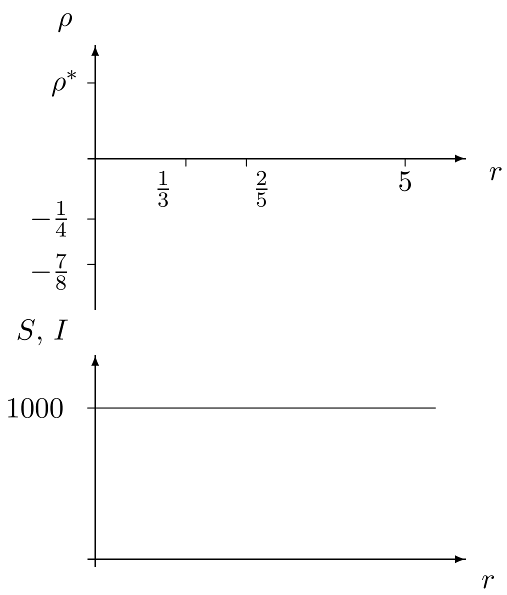
(f)

A7: Betrachten Sie einen Kreditmarkt mit Investoren, die über je zwei Projekte verfügen: ein gutes Projekt mit Erfolgswahrscheinlichkeit 3/4 und einem Payoff von 13/6 im Erfolgsfall sowie ein schlechtes Projekt mit Erfolgswahrscheinlichkeit 1/8 und einem Payoff von 6 im Erfolgsfall. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Für jedes der beiden Projekte braucht der Investor eine Einheit Kapital, Eigenkapital hat er nicht. Der Investor kann nur ein Projekt ausführen, Kreditgeber können nicht beobachten, welches der beiden er wählt. (a) Zeigen Sie: Das gute Projekt hat eine positive Rendite, das schlechte eine negative. (b) Für welche Zinssätze wählt der Investor das gute Projekt? (c) Wie hoch ist die Rendite ρ der Kreditgeber in Abhängigkeit vom Zinssatz? Zeichnen Sie die Funktion $\rho(r)$ in das obere Diagramm der Abbildung ein. Es gebe 130 Investoren, und die Sparfunktion laute $S(\rho) = 400\rho$. Zeichnen Sie in das untere Diagramm die Investitions- und die Sparfunktion ein. (d) Wie hoch ist die gleichgewichtige Übernachfrage nach Krediten (die Kreditrationierung)?

(a)

(b)

(c)



(d)

A8: Betrachten Sie ein Investitionsprojekt mit Input 1 und unsicherem Payoff R (Verteilungsfunktion $H(R)$). Der Kapitalgeber muss γ Einheiten Output aufwenden, um R beobachten zu können (costly state verification). Der optimale Kontrakt zwischen Kapitalgeber und Investor legt eine Rückzahlung $1+r$ fest, bei der kein Monitoring erfolgt. Kommt der Schuldner der Zahlungsverpflichtung $1+r$ nicht nach, so erfolgt Monitoring, und der Kapitalgeber erhält $x(R)$. Die Payoffs genügen also folgender Tabelle:

	service	default
Investor	$R-(1+r)$	$R-x(R)$
Kapitalgeber	$1+r$	$x(R)-\gamma$

.

Der Investor bedient den Finanzkontrakt nicht, falls $x(R) < 1+r$. Bezeichne D die Menge der Payoffs R, bei denen Default erfolgt, und S die Menge der anderen Payoffs R. (a) Welche Bedingung muss $x(R)$ erfüllen, damit man von einem Standard-Schuldvertrag spricht? (b) Die Kapitalgeber verlangen eine Verzinsung ihres Kapitals in Höhe von ρ. Schreiben Sie das als eine Gleichung. (c) Wie lautet die Gleichung für den Erwartungsnutzen U des Investors? (d) Addieren Sie die beiden Gleichungen aus den Aufgabenteilen (b) und (c), und lösen Sie nach U auf. (e) Begründen Sie hieraus, dass der optimale Kontrakt (der U maximiert) ein Standard-Schuldvertrag ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: *Ponzi-Spiel*

Betrachten Sie das folgende Ponzi-Spiel: Jeder Teilnehmer muss 3 Nachfolger finden. Die Teilnahmegebühr beträgt 200 Euro. Für die direkten Nachfolger, die Nachfolger der zweiten Generation sowie die Nachfolger der dritten Generation gibt es jeweils eine Provision i.H.v. 20 Euro. Das Spiel geht 5 Stufen lang gut, danach bricht es zusammen. Der Veranstalter des Ponzi-Spiels setzt kein eigenes Kapital ein. Er benutzt die Teilnahmegebühren neuer Teilnehmer, um die Provisionen an deren jeweilige Vorgänger auszuzahlen. Beantworten Sie die nachfolgenden Fragen. Füllen Sie auch die unten stehende Tabelle aus.

(a) Skizzieren Sie die Entwicklung der Teilnehmerzahl von Stufe zu Stufe des Spiels. Wie viele Teilnehmer hat das Ponzi-Spiel am Ende insgesamt?

(b) Wie viel verdient der Veranstalter am ersten Teilnehmer? Wie viel an einem Teilnehmer, der auf Stufe 2 hinzukommt? Wie viel an einem später hinzukommenden Teilnehmer?

(c) Wie hoch ist der Gewinn, den der Veranstalter an allen neuen Teilnehmern einer Stufe macht? Wie hoch ist sein Gesamtgewinn?

(d) Wie viele Nachfolger hat ein Teilnehmer, für den es noch 3 nachfolgende Generationen gibt? Wie hoch sind seine Provisionen? Welchen Nettogewinn/-verlust liefert ihm die Teilnahme am Ponzi-Spiel?

(e) Wie viele Nachfolger haben die Teilnehmer der Stufen 3, 4 und 5? Wie hoch ist deren Nettogewinn/-verlust? Wie hoch ist der Gesamtverlust aller Mitspieler? Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Gesamtgewinn des Veranstalters aus Aufgabenteil (c).

(f) Wie viele Spieler machen durch ihre Teilnahme am Ponzi-Spiel Gewinne? Wie viele machen Verluste? Wie viele Spieler verlieren ihren kompletten Einsatz?

Stufe	Anzahl Spieler	Gewinn pro Spieler für Veranstalter	Gewinn für Veranstalter	Nachfolger in den nächsten drei Stufen	Gewinn pro Spieler	Gewinn/ Verlust für Spieler
1						
2						
3						
4						
5						
Summe		/		/	/	

Aufgabe B2: *Allgemeines Gleichgewicht mit Unsicherheit*

Betrachten Sie das Modell des allgemeinen Gleichgewichts unter Unsicherheit. Konsument i's (sichere) Anfangsausstattung in Zeitpunkt 0 ist e^i_0, seine (unsichere) Anfangsausstattung in Zeitpunkt 1 ist $e^i_{j\theta}$. Seine Erwartungsnutzenfunktion ist $U^i(x^i_0, x^i_{11}, \ldots, x^i_{J\Theta}) = v^i(x^i_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^i(x^i_{1\theta}, \ldots, x^i_{J\theta})$.

(a) Definieren Sie die Grenzraten der Substitution zwischen $j\theta$ und Konsum in der ersten Periode sowie zwischen $j\theta$ und $j'\theta'$.

(b) Ermitteln Sie mit einem Lagrange-Ansatz die Bedingungen für Pareto-Optimalität.

(c) Erläutern Sie kurz die Marktstruktur bei Vorliegen von Terminmärkten, aber Abwesenheit von Kapitalmärkten. Ermitteln Sie die Bedingungen für Nutzenmaximierung unter der Nebenbedingung

$$p_0(e_0^i - x_0^i) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}(e_{j\theta}^i - x_{j\theta}^i) = 0.$$

Erklären Sie, warum das Gleichgewicht mit Terminmärkten Pareto-optimal ist.

(d) Erläutern Sie kurz die Marktstruktur, wenn Märkte für Arrow Securities vorliegen, aber keine Terminmärkte. Zeigen Sie anhand der resultierenden Budgetbeschränkungen

$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x_\theta^i$$

und

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot}(x_{j\theta}^i - e_{j\theta}^i) = x_\theta^i,$$

dass das Marktgleichgewicht mit Arrow Securities Pareto-optimal ist.

(e) Betrachten Sie nun eine Ökonomie mit Produktionsmengen $y_{j\theta}^k$ in den Firmen k, $\bar{t}^{ik}$ als i's Anfangsausstattung mit Anteilen an Firma k, $e_{j\theta}^i = \sum_{k=1}^{K} \bar{t}^{ik} y_{j\theta}^k$ und Aktienkurs $q^k = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k$. Zeigen Sie anhand der Budgetbeschränkungen

$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x_\theta^i + \sum_{k=1}^{K} q^k(t^{ik} - \bar{t}^{ik})$$

und

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot}\left(x_{j\theta}^i - \sum_{k=1}^{K} t^{ik} y_{j\theta}^k\right) = x_\theta^i,$$

dass das Gleichgewicht mit Arrow securities und Aktienhandel Pareto-optimal ist.

Aufgabe B3: *Stiglitz-Weiss-Modell*

Betrachten Sie zunächst eine Bank, die eine Rendite i.H.v. $\rho(r) = (r - r^2)/2$ erwirtschaftet, wenn sie Kredite zum Zinssatz r $(0 < r < 1)$ vergibt. Die Investitionen, I, hängen vom Kreditzins ab: $I(r) = 235 - 170r$. Das Einlagenangebot der Sparer beträgt $S(\rho) = 80\rho + 100$.

(a) Bei welchem Zinssatz r^* wird die Rendite der Bank maximal? Wie hoch ist $\rho^* = \rho(r^*)$?

(b) Berechnen Sie das Kreditangebot in Abhängigkeit vom Zinssatz r.

(c) Bei welchem Zins wird der Kreditmarkt geräumt?

(d) Ist die Situation aus Aufgabenteil (c) ein Gleichgewicht? Falls nicht, wie sieht das Marktgleichgewicht aus? Liegt Kreditrationierung vor? Wenn ja, in welchem Ausmaß? Illustrieren Sie Ihre Ergebnisse auch grafisch (nur qualitative Kurvenverläufe).

Betrachten Sie jetzt eine Menge von Firmen. Jede Firma i hat ein Investitionsprojekt mit Erfolgswahrscheinlichkeit π_i. Die Auszahlungen sind R_i im Erfolgsfall und R^f bei Misserfolg. Der erwartete Payoff $\pi_i R_i + (1-\pi_i)R^f \equiv R$ ist für alle Projekte gleich hoch. Jeder Investor braucht K Einheiten Kapital, hat nur W, muss also $B \equiv K - W$ borgen. Die Unternehmer sind risikoneutral, und sie legen ihren Entscheidungen einen Diskontfaktor von β zu Grunde. Die Firmen kennen ihre individuellen Erfolgswahrscheinlichkeiten, die Bank dagegen kennt nur die Verteilungsfunktion $G(\pi_i)$.

(e) Zeigen Sie, dass Firma i dann und nur dann Kapital B nachfragt, wenn

$$\pi_i \leq \frac{R - R^f - \beta^{-1}W}{(1+r)B - R^f} \equiv \pi(r)$$

gilt. Erläutern Sie, inwieweit adverse Selektion vorliegt und warum Erhöhungen des Kreditzinses das Selektionsproblem verschärfen.

(f) Zeigen Sie, dass angesichts von Nullgewinnen im Bankensektor

$$(1+\rho)B = [(1+r)B - R^f]E[\pi_i|\pi_i \leq \pi(r)] + R^f.$$

gilt. Wieso ist im Lichte dieser Gleichung der Fall $\rho'(r) < 0$ denkbar?