Diplom-Prüfung (DPO-94) „Theoretische Volkswirtschaftslehre“
SS 2002, 24.7.2002
Teilgebiet „Kapitalmarkttheorie“
Prof. Dr. Lutz Arnold

Bearbeiten Sie die acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3! In den Aufgaben A1-A8 sind maximal je 5 Punkte erreichbar. In den Aufgaben B1-B3 sind maximal je 20 Punkte erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

A1: Betrachten Sie folgendes Ponzi-Spiel: Die Teilnahmegebühr beträgt 100 Euro. Jeder Teilnehmer einer Stufe muss 10 Nachfolger finden. Er erhält dann je 2 Euro Provision pro Nachfolger in den folgenden zwei Stufen. Das Ponzi-Spiel endet mit Stufe 3. (i) Wie hoch sind die ausgezahlten Provisionen für den ersten Teilnehmer, für die 10 Teilnehmer aus Stufe 2 und für die 100 Teilnehmer aus Stufe 3? (ii) Welchen Gewinn nach Abzug der Provisionen für die Vorgänger macht der Veranstalter des Ponzi-Spiels pro Teilnehmer der Stufen 1, 2 und 3? (iii) Wie hoch ist der Gesamtgewinn des Veranstalters?

(i)

(ii)

(iii)

A2: Ein Anleger hat die Nutzenfunktion $u(x) = x^{1/3}$. Betrachten Sie eine Lotterie mit $x_1 = 8$ und $x_2 = 64$ sowie $\pi_1 = 37/56$ und $\pi_2 = 19/56$. Wie hoch sind (i) der Erwartungsnutzen der Lotterie und (ii) der Nutzen aus dem Erwartungswert der Lotterie? (iii) Welcher allgemeinere Sachverhalt spiegelt sich hierin wider?

(i)

(ii)

(iii)

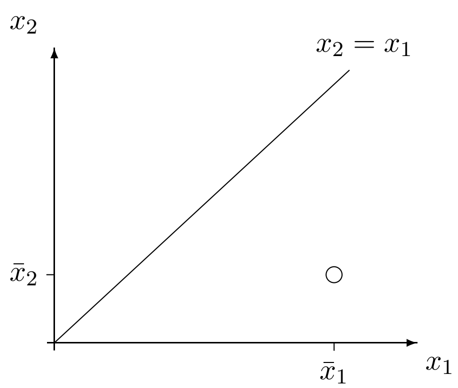
A3: Betrachten Sie eine Lotterie, die $\bar{x}_1$ mit Wahrscheinlichkeit π_1 und $\bar{x}_2$ mit Wahrscheinlichkeit π_2 liefert ($\bar{x}_1 > \bar{x}_2$), so dass $E(\bar{x}) = \pi_1\bar{x}_1 + \pi_2\bar{x}_2$. Betrachten Sie weiter ein Individuum mit Erwartungsnutzen $E[u(x)] = \pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2)$, wobei $u(x)$ strikt konkav ist: $u''(x) < 0$.
(i) Berechnen Sie die die Steigung einer Indifferenzkurve. Wie groß ist diese Steigung, auf der Sicherheitslinie $x_2 = x_1$? (ii) Wie lautet die Gleichung für alle Auszahlungspaare (x_1, x_2), die bei gegebenen Wahrscheinlichkeiten π_1 und π_2 den Erwartungswert $E(\bar{x})$ haben? Welche Steigung hat diese Gerade? Zeichnen Sie sie in die Abbildung ein. (iii) Zeichnen Sie ferner die Indifferenzkurve ein, die zur sicheren Auszahlung $(x_1, x_2) = (E(\bar{x}), E(\bar{x}))$ gehört. In welchem Punkt tangiert diese Indifferenzkurve die Gerade aus Aufgabenteil (ii)? (iv) Zeichnen Sie die Indifferenzkurve ein, die den Erwartungsnutzen aus der Lotterie wiedergibt. Welcher allgemeinere Sachverhalt spiegelt sich in der Zeichnung wider?

(i)

(ii)

(iii)

(iv)



A4: Ein risikoneutraler Investor kann drei Finanzanlagen $i = 1, 2, 3$ mit Nutzen u_i gemäß unten stehender Tabelle nicht a priori unterscheiden. Mit Kosten in Höhe von 1 erwischt er jede Anlageformen i mit der angegebenen Wahrscheinlichkeit π_i.

i	1	2	3
u_i	-16	2	8
π_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(i) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird uninformiert investiert? (ii) Wie hoch ist der erwartete Nutzenzuwachs, wenn der Investor trotz einer 2-Anlagemöglichkeit weiter sucht? Wird er weiter suchen? (iii) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? Wie hoch ist sein Nutzen abzüglich der erwarteten Suchkosten?

Nun fallen die $i = 2$-Anlagen weg, und der Investor erwischt die anderen beiden mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils 1/2.

(iv) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird uninformiert investiert? (v) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? Wie hoch ist sein Nutzen abzüglich der erwarteten Suchkosten?

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

(v)

A5: Betrachten Sie eine Aktie, die für immer die konstante Dividende $d = 10$ abwirft. Der sichere Zinssatz ist $r = 0,1$. Sind die Anleger risikoneutral, so erfüllen gleichgewichtige Aktienkurse die Arbitrage-Gleichung

$$1,1\, p_t = E_t(p_{t+1}) + 10.$$

(i) Wie hoch ist der (sichere und konstante) Fundamentalkurs $p_t = p^*$ (der Barwert aller zukünftigen Dividenden)? Betrachten Sie nun die Bubble

$$b_{t+1} = \begin{cases} 2b_t; & \text{W'keit}\, 0,55 \\ \epsilon_{t+1}; & \text{W'keit}\, 0,45 \end{cases}$$

mit ϵ als white noise. (ii) Berechnen Sie $E_t(b_{t+1})$ in Abhängigkeit von b_t. (iii) Zeigen Sie: Der „Fundamentals-plus-Bubble"-Kurs $p_t = p^* + b_t$ erfüllt auch die Arbitragegleichung. (iv) Angenommen es ist $b_0 = 4$, und die Bubble platzt bis Periode 3 nicht. Berechnen Sie den Wert der Bubble und die Aktienkurse für $t = 1, 2, 3$.

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

t	1	2	3
b_t			
p^*			
$p_t = p^* + b_t$			

A6: (i) Inwiefern kann der Aktienmarkt als ein „Markt für Unternehmenskontrolle“ angesehen werden? Nehmen Sie an, eine Firma, die bei gutem Management den Wert $\overline{v}$ hat, hat wegen schlechten Managements einen geringeren Wert. Ein Takeover wirft Kosten in Höhe von c auf. (ii) Wie hoch muss der Kurs p sein, damit die Aktionäre bei einem potenziellen Takeover ihre Anteile anbieten, wenn sie annehmen, dass nach dem Takeover das neue Management den Wert $\overline{v}$ herstellt? (iii) Wie hoch darf der Kurs p sein, damit der Takeover sich rentiert? (iv) Was folgt aus den Antworten zu (ii) und (iii) für die Funktionsfähigkeit des Markts für Unternehmenskontrolle? Erklären Sie das Resultat stichpunktartig.

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

A7: Nehmen Sie an, dass die Rendite ρ, die eine Bank erwirtschaftet, mit dem Kreditzins r zunächst steigt, bei höheren r-Werten aber fällt. Die Investitionen $I(r)$ hängen negativ vom Kreditzins ab, das Sparangebot positiv $S(\rho)$ von der Rendite von Bankeinlagen.
(i) Unter welcher Bedingung liegt Kreditrationierung vor? Konstruieren Sie grafisch ein Kreditmarktgleichgewicht mit Kreditrationierung. (ii) Warum wird die Übernachfrage nach Krediten nicht durch eine Zinserhöhung beseitigt? (iii) Erläutern Sie verbal die Begründung, die Stiglitz und Weiss dafür geben, dass mit steigendem Kreditzins r die Rendite der Banken ρ fällt.

(i)

(ii)

(iii)

A8: Betrachten Sie ein Investitionsprojekt mit Input 1 und unsicherem Payoff R (Verteilungsfunktion $H(R)$). Der Kapitalgeber muss γ Einheiten Output aufwenden, um R beobachten zu können (costly state verification). Der optimale Kontrakt zwischen Kapitalgeber und Investor legt eine Rückzahlung $1+r$ fest, bei der kein Monitoring erfolgt. Kommt der Schuldner der Zahlungsverpflichtung $1+r$ nicht nach, so erfolgt Monitoring, und der Kapitalgeber erhält $x(R)$. Die Payoffs genügen also folgender Tabelle:

	service	default
Investor	$R-(1+r)$	$R-x(R)$
Kapitalgeber	$1+r$	$x(R)-\gamma$

Der Investor bedient den Finanzkontrakt nicht, falls $x(R) < 1+r$. Bezeichne die Menge der Payoffs R, bei denen Konkurs erfolgt, als D und die Menge der anderen Payoffs R mit S.

(i) Welche Bedingung muss $x(R)$ erfüllen, damit man von einem Standard-Schuldvertrag spricht? (ii) Die Kapitalgeber verlangen eine Verzinsung ihres Kapitals in Höhe von ρ. Schreiben Sie das als eine Gleichung. (iii) Wie lautet die Gleichung für den Erwartungsnutzen (die erwartete Auszahlung) U des Investors? (iv) Zeigen Sie, dass aus den Antworten zu (ii) und (ii) $U = E(R) - (1+\rho) - \gamma \int_D dH(R)$ folgt. (v) Begründen Sie hieraus, dass der optimale Kontrakt ein Standard-Schuldvertrag ist.

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

(v)

Aufgabe B1: *Die Pareto-Effizienz des allgemeinen Gleichgewichts bei Unsicherheit*

Betrachten Sie eine Tauschökonomie mit J Gütern ($j = 1, \ldots, J$) und mit Θ möglichen Umweltzuständen ($\theta = 1, \ldots, \Theta$). Es herrscht Unsicherheit darüber, welcher Umweltzustand eintritt.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe eines Lagrange-Ansatzes, dass für eine Pareto-optimale Risikoallokation folgende Bedingung erfüllt sein muss: Für beliebige Güterpaare $j\theta$, $j'\theta'$ ist die Grenzrate der Substitution

$$\frac{\pi_\theta}{\pi_{\theta'}} \frac{\partial u^i / \partial x^i_{j\theta}}{\partial u^i / \partial x^i_{j'\theta'}}$$

für alle Konsumenten i gleich.

(b) Wie lautet das Nutzenmaximierungsproblem für Haushalt i, wenn es für jedes Gut j in jedem Zustand θ einen Terminmarkt mit Preis $p_{j\theta}$ gibt, so dass die Budgetrestriktion

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}(x^i_{j\theta} - e^i_{j\theta}) = 0$$

vorliegt?

(c) Begründen Sie: Das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten ist Pareto-optimal. Wie steht dieses Ergebnis im Zusammenhang mit dem Ersten Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie für eine Ökonomie ohne Unsicherheit?

(d) Erklären Sie, was ein Arrow security (für Zustand θ) ist. Liegt ein vollständiges System von Arrow-Securities mit Preisen p_θ vor, so lauten die relevanten Budgetrestriktionen

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x^i_\theta = 0$$

$$\sum_{j=1}^{J} p^{spot}_{j\theta}(x^i_{j\theta} - e^i_{j\theta}) = x^i_\theta.$$

Zeigen Sie: Passen sich die Preise der Arrow-Securities so an, dass $p_\theta = p_{j\theta}/p^{spot}_{j\theta}$ gilt, so ergibt sich das gleiche Pareto-optimale Marktgleichgewicht wie unter Aufgabenteil (c).

Aufgabe B2: *Diamond-Dybvig-Modell*

(a) Jeder Anleger verfügt über eine Einheit Kapital. Erläutern Sie die Investitionsmöglichkeiten im Diamond-Dybvig-Modell. Gehen Sie dabei von $R = 4/3$ und $L = 2/3$ aus. Benutzen Sie eine Tabelle zur Erläuterung.

(b) Wie wird im Diamond-Dybvig-Modell Liquiditätsunsicherheit modelliert? Die Nutzenfunktion der Anleger sei logarithmisch: $u(c) = \ln c$. Wie lautet dann ihre Erwartungsnutzenfunktion?

(c) Stellen Sie das Maximierungsproblem, das die optimale Kapitalallokation ergibt, auf, und lösen Sie es. Wie hoch sind die optimalen Investitionen I in die langfristige Anlage pro Kopf? Welche optimalen Konsumniveaus c_1 und c_2 ergeben sich daraus?

(d) Was ist ein Sichteinlagekontrakt? Betrachten Sie eine Bank mit 1200 Anlegern. Wieviel muss die Bank insgesamt in die langfristige Anlage investieren, und welche Abhebungen muss sie jedem einzelnen ihrer Kunden im Rahmen eines Sichteinlagekontrakts gewähren, um ihren Anlegern eine optimale Liquiditätsversicherung anzubieten?

(e) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in $t = 1$ und in $t = 2$, wenn sie nichts von der langfristigen Anlage liquidiert? Welche Ansprüche werden in $t = 1$ und in $t = 2$ gegen sie gestellt, wenn nur die ungeduldigen Anleger in $t = 1$ abheben wollen? Hat ein ungeduldiger Anleger einen Anreiz, spät abzuheben? Hat ein geduldiger Anleger einen Anreiz, früh abzuheben? Ist die optimale Allokation aus Aufgabenteil (c) ein Gleichgewicht?

(f) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in $t = 1$ und in $t = 2$, wenn sie die gesamte langfristige Anlage vollständig liquidiert? Welche Ansprüche werden in $t = 1$ gegen sie gestellt, wenn alle Anleger – die ungeduldigen und die geduldigen – abheben wollen? Ist ein solcher Bank run ein Gleichgewicht?

(g) Welche Maßnahmen wirken im Diamond-Dybvig-Modell zur Vermeidung von Bank runs?

(h) Warum ist das Modell nur für den Fall $L < 1$ interessant?

Aufgabe B3: *Langfristige Beziehungen*

Betrachten Sie ein Investitionsprojekt, das mit Input 1 den Payoff R^s (> 1) im Erfolgsfall und den Payoff R^f (< 1) im Misserfolgsfall liefert (mit $\pi R^s + (1-\pi)R^f > 1$). Die Kreditgeber verlangen eine Verzinsung von Null auf das eingesetzte Kapital, die Investoren diskontieren zukünftige Gewinne mit Diskontsatz β. Die Kreditgeber können den Payoff nicht beobachten.

(a) Warum gibt es keine Investitionen, wenn das Modell nur eine Periode hat?

(b) Wenn es zwei Perioden gibt und die Kreditgeber ein Commitment eingehen, bei vertragsgemäßer Rückzahlung die Kredite in Periode 1 zu erneuern, wie hoch ist dann der Break-even-Zinssatz für die Banken unter der Annahme, dass die Schuldner im Erfolgsfall vertragsgemäß zurückzahlen?

(c) Wie hoch ist in Periode 1 der Wert der Fortführung der Geschäftsbeziehung für den Investor? Unter welcher Bedingung zahlt er im Erfolgsfall vertragsgemäß zurück?

(d) Welche Ungleichung muss erfüllt sein, damit sich ein Kreditmarktgleichgewicht mit positiven Investitionen ergibt?

Nun sei der Zeithorizont unbegrenzt. Die Banken machen ein Commitment, Kredite genau so lange zu erneuern, wie die Firmen sie vertragsgemäß bedienen.

(e) Wie hoch ist der Break-even-Zinssatz für die Kreditgeber unter der Annahme, dass die Schuldner im Erfolgsfall vertragsgemäß zurückzahlen?

(f) Zeigen Sie: Der Wert der Fortführung der Geschäftsbeziehung für den Investor ist $V = \frac{\pi}{1+\beta-\pi}[R^s - (1+r)]$. Unter welcher Bedingung zahlt er im Erfolgsfall vertragsgemäß zurück?

(g) Zeigen Sie: Damit sich ein Kreditmarktgleichgewicht mit positiven Investitionen ergibt, muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$(1-\pi)\frac{1-R^f}{\pi} \leq \frac{\pi}{1+\beta}R^s + \left(1 - \frac{\pi}{1+\beta}\right)R^f - 1.$$

Ist dies eine stärkere oder eine schwächere Bedingung als die in Aurgabenteil (d) abgeleitete? Warum?