

Diplom-Prüfung (DPO-94) „Theoretische Volkswirtschaftslehre“

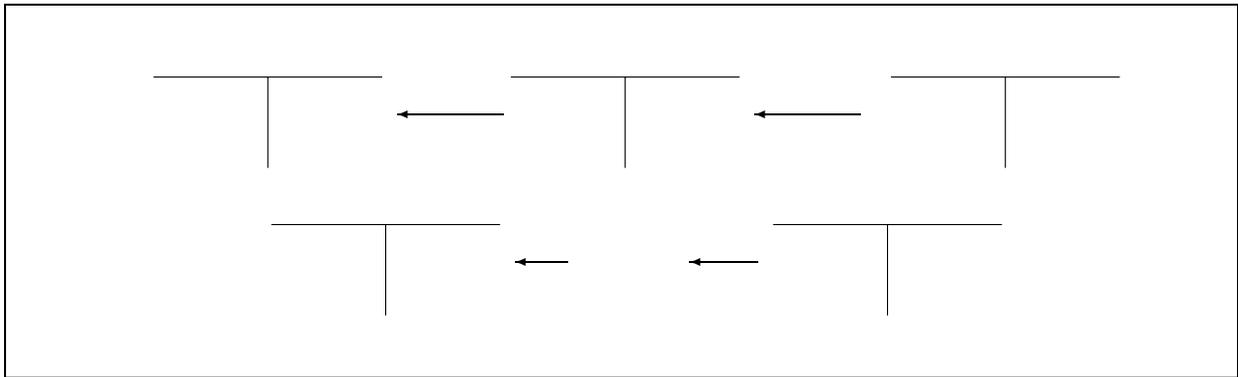
WS 2001/02, 11.2.2002

Teilgebiet „Kapitalmarkttheorie“

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bearbeiten Sie die acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3! In den Aufgaben A1-A8 sind maximal je 5 Punkte erreichbar. In den Aufgaben B1-B3 sind maximal je 20 Punkte erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

**A1:** Illustrieren Sie den Unterschied zwischen Finanzsystemen mit und ohne Banken (oder andere Finanzintermediäre), indem Sie unten stehende Abbildungen komplettieren.



**A2:** Ein Anleger hat die Nutzenfunktion  $u(x) = \sqrt{x}$ . Sein Erwartungsnutzen ist also  $E[u(x)] = \pi_1\sqrt{x_1} + \pi_2\sqrt{x_2}$ . Betrachten Sie eine Lotterie mit  $\pi_1 = 9/16$ ,  $\pi_2 = 7/16$ ,  $x_1 = 9$  und  $x_2 = 25$ . Wie hoch ist der Erwartungswert  $E(x)$  der Lotterie? Zeigen Sie: Der Anleger zieht die sichere Zahlung von  $E(x)$  der Lotterie vor.

A large empty rectangular box provided for the student to write their solution to question A2.

**A3:** Erläutern Sie stichpunktartig, (i) welche Finanzkrisen im 18. Jahrhundert zu Finanzmarktregulierungen in Frankreich und Großbritannien führten, (ii) wie die getroffenen Regulierungen fort dauerten, (iii) was das für die Investitionsfinanzierung (vor allem beim Eisenbahnbau) im 19. Jahrhundert bedeutete und (iv) inwiefern das für die Entwicklung der Finanzsysteme Deutschlands und der USA bedeutend war.

(i)	
(ii)	
(iii)	
(iv)	

**A4:** Betrachten Sie eine Ökonomie mit  $J$  Gütern  $j = 1, \dots, J$  und mit  $\Theta$  möglichen Umweltzuständen  $\theta = 1, \dots, \Theta$ . Die Grenzrate der Substitution zwischen Gut  $j$  in Zustand  $\theta$  und Gut  $j'$  in Zustand  $\theta'$  für Konsument  $i$  wird mit  $MRS_{j\theta, j'\theta'}^i (= \frac{\pi_{\theta}}{\pi_{\theta'}} \frac{\partial u^i / \partial x_{j\theta}^i}{\partial u^i / \partial x_{j'\theta'}^i})$  bezeichnet. (i) Wie lautet die Bedingung für eine Pareto-optimale (Risiko-) Allokation? (ii) Wie lautet die Bedingung für Nutzenmaximierung, wenn es für jedes Gut  $j$  in jedem Zustand  $\theta$  einen Terminmarkt mit Preis  $p_{j\theta}$  gibt und die Haushalte ihren Erwartungsnutzen unter der Nebenbedingung

$$\sum_{j=1}^J \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta} (x_{j\theta}^i - e_{j\theta}^i) = 0$$

maximieren? (iii) Begründen Sie: Das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten ist Pareto-optimal. (iv) Liegt ein vollständiges System von Arrow-Securities mit Preisen  $p_{\theta}$  vor, so lauten die relevanten Budgetrestriktionen

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{\theta} x_{\theta}^i = 0$$

$$\sum_{j=1}^J p_{j\theta}^{spot} (x_{j\theta}^i - e_{j\theta}^i) = x_{\theta}^i.$$

Zeigen Sie: Passen sich die Preise der Arrow-Securities so an, dass  $p_{\theta} = p_{j\theta} / p_{j\theta}^{spot}$  gilt, so ergibt sich das gleiche Pareto-optimale Marktgleichgewicht wie unter Aufgabenteil (iii).

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

**A5:** (i) Inwiefern kann der Aktienmarkt ein „Markt für Unternehmenskontrolle“ angesehen werden? Nehmen Sie an, eine Firma, die bei gutem Management den Wert  $\bar{v}$  hat, hat wegen schlechten Managements einen geringeren Wert. Ein Takeover wirft Kosten in Höhe von  $c$  auf. (ii) Wie hoch muss der Kurs  $p$  sein, damit die Aktionäre bei einem potenziellen Takeover ihre Anteile anbieten? (iii) Wie hoch darf der Kurs  $p$  sein, damit der Takeover sich rentiert? (iv) Was folgt aus den Antworten zu (ii) und (iii) für die Funktionsfähigkeit des Markts für Unternehmenskontrolle? (v) Erklären Sie das Resultat stichpunktartig.

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

(v)

**A6:** Ein risikoneutraler Investor kann drei Finanzanlagen  $i = 1, 2, 3$  mit Nutzen  $u_i$  gemäß unten stehender Tabelle nicht a priori unterscheiden. Mit Kosten in Höhe von 1 erwischt er jede der drei Anlageformen mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils  $1/3$ .

$i$	1	2	3
$u_i$	6	-21	12

(i) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformatem Investieren? (ii) Wie hoch ist der erwartete Nutzenzuwachs abzüglich der Suchkosten, wenn der Investor trotz einer 1-Anlagemöglichkeit weiter sucht? (iii) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? (iv) Wie hoch ist sein Erwartungsnutzen?

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

**A7:** Weiter mit dem Investor aus A6. Jetzt fallen die 1-Anlagen weg. (i) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen aus uninformatem Investieren? (ii) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage findet? (iii) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen informierten Investierens? (iv) Was bedeutet das für den Zusammenhang zwischen Anzahl von Wertpapieren und Nutzen der Anleger?

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

**A8:** Betrachten Sie ein Investitionsprojekt, das mit Input 1 den Payoff  $R^S = 3$  im Erfolgsfall (Wahrscheinlichkeit  $\pi = 1/2$ ) und den Payoff  $R^f = 3/4$  im Misserfolgsfall liefert. Der Zeithorizont ist zwei Perioden. Die Kreditgeber verlangen eine Verzinsung von Null auf das eingesetzte Kapital, die Investoren diskontieren zukünftige Gewinne mit Rate  $\beta = 1/8$  (d.h. der Diskontfaktor ist  $1/(1+\beta) = 8/9$ ). Die Kreditgeber können den Payoff nicht beobachten. Banken machen ein Commitment, bei vertragsgemäßer Rückzahlung die Kredite in Periode 1 zu erneuern. (i) Wie hoch ist der Zins, bei dem Banken Nullgewinne machen, wenn die Firmen im Erfolgsfall zurückzahlen? (ii) Wie hoch ist für eine Firma der Wert  $V$  der Fortführung der Geschäftsbeziehung in Periode 1? (iii) Bedient die Firma den Kredit in Periode 1?

(i)

(ii)

(iii)

**Aufgabe B1:** Kapitalmarkteffizienz

(a) Was versteht man unter einem Random walk? Wie steht dieser Begriff in Zusammenhang mit dem Verhalten von Aktienkursen? Nennen Sie vier empirisch beobachtete „Anomalien“.

(b) Konstruieren Sie ein Angebots-Nachfrage-Diagramm für den Aktienmarkt. (i) Wie schlägt sich in diesem Diagramm die Annahme einer völlig elastischen Nachfrage nieder? (ii) Was folgt aus Risiko-neutralität und der Einschränkung der Sichtweise auf sehr kurze Horizonte (in denen Zinseffekte keine Rolle spielen)? (iii) Was folgt aus rationalen Erwartungen? Zeigen Sie mit Hilfe dieser drei Annahmen, dass der Aktienkurs einem Random walk folgt.

(c) Was bedeutet das für die Profitabilität verschiedener Anlagestrategien?

(d) Der erwartete Fundamentalkurs einer Aktie ist

$$E_t(p_t^*) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t(d_{t+i})}{(1+r)^i}.$$

Zeigen Sie: Ist eine Aktie zu ihrem erwarteten Fundamentalkurs bewertet ( $p_t = E_t(p_t^*)$ ) und folgen die Dividenden einem Random walk ( $\Delta d_{t+1} = \epsilon_{t+1}$ ), dann folgt der Aktienkurs einem Random walk.

(e) Nehmen Sie an, die Dividenden sind heute  $d_t = 8$  und folgen einem Random walk. Der sichere Zins sei  $r = 1/10$ . Wie hoch ist dann der Kurs der Aktie bei Bewertung zu erwarteten Fundamentaldaten?

**Aufgabe B2: Stiglitz-Weiss-Modell**

Nehmen Sie an, dass die Rendite  $\rho$ , die eine Bank erwirtschaftet, mit dem Kreditzins  $r$  zunächst steigt, bei höheren  $r$ -Werten aber fällt. Die Investitionen  $I(r)$  hängen vom Kreditzins ab, das Kreditangebot  $S(\rho)$  von der Rendite von Bankeinlagen.

(a) Konstruieren Sie grafisch ein Kreditmarktgleichgewicht mit Kreditrationierung. Erklären Sie, warum die Übernachfrage nicht durch eine Zinserhöhung beseitigt wird.

(b) Nehmen Sie an, der Zusammenhang zwischen Rendite für die Bank und Kreditzins ist durch  $\rho(r) = \frac{\sqrt{r}}{5} - \frac{r}{10}$  gegeben. Die Investitionsfunktion laute  $I(r) = 600 - 400r$  und die Sparfunktion  $S(\rho) = 1000\rho$ . Wie hoch ist der Zinssatz  $r^*$ , der  $\rho(r)$  maximiert? Wie hoch ist  $\rho^* = \rho(r^*)$ ? Wie hoch sind Investitionen  $I(r^*)$  und Kreditangebot  $S(\rho^*)$ ? In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

Betrachten Sie eine Menge von Firmen  $i$ , die jeweils ein Investitionsprojekt mit Erfolgswahrscheinlichkeit  $\pi_i$  haben. Die Auszahlungen sind  $R_i$  im Erfolgsfall und  $R^f$  bei Misserfolg. Der erwartete Payoff  $\pi_i R_i + (1 - \pi_i) R^f \equiv R$  ist für alle Projekte gleich. Jeder Investor braucht  $K$  Einheiten Kapital, hat nur  $W$ , muss sich also  $B \equiv K - W$  leihen. Die Investoren sind risikoneutral mit Diskontfaktor  $\beta$ . Die Verteilung der Typen ist durch die Verteilungsfunktion  $G(\pi_i)$  beschrieben. Investoren kennen ihren Typen  $i$ , nicht aber Kreditgeber.

(c) Zeigen Sie: Investor  $i$  fragt Kapital  $B$  nach, wenn genau

$$\pi_i \leq \frac{R - R^f - \beta^{-1}W}{(1+r)B - R^f} \equiv \pi(r)$$

gilt. Erklären Sie: Es liegt adverse Selektion vor, und Zinsanstiege verschärfen das Selektionsproblem.

(d) Zeigen Sie: Bei Nullgewinnen im Bankensektor gilt:

$$(1 + \rho)B = [(1 + r)B - R^f]E[\pi_i | \pi_i \leq \pi(r)] + R^f.$$

Erklären Sie anhand dieser Gleichung, warum der Fall  $\rho'(r) < 0$  denkbar ist.

**Aufgabe B3: Langfristige Beziehungen**

Betrachten Sie ein Investitionsprojekt, das mit Input 1 den Payoff  $R^s$  ( $> 1$ ) im Erfolgsfall und den Payoff  $R^f$  ( $< 1$ ) im Misserfolgsfall liefert (mit  $\pi R^s + (1 - \pi)R^f > 1$ ). Die Kreditgeber verlangen eine Verzinsung von Null auf das eingesetzte Kapital, die Investoren diskontieren zukünftige Gewinne mit Rate  $\beta$ . Die Kreditgeber können den Payoff nicht beobachten.

- (a) Warum gibt es keine Investitionen, wenn das Modell nur eine Periode hat?
- (b) Wenn es zwei Perioden gibt und die Kreditgeber ein Commitment eingehen, bei vertragsgemäßer Rückzahlung die Kredite in Periode 1 zu erneuern, wie hoch ist dann der Break-even Zins für die Banken unter der Annahme, dass die Schuldner im Erfolgsfall vertragsgemäß zurückzahlen?
- (c) Wie hoch ist in Periode 1 der Wert der Fortführung der Geschäftsbeziehung für den Investor? Unter welcher Bedingung zahlt er im Erfolgsfall vertragsgemäß zurück?
- (d) Welche Ungleichung muss erfüllt sein, damit sich ein Kreditmarktgleichgewicht mit positiven Investitionen ergibt?

Nun sei der Zeithorizont unbegrenzt. Die Banken machen ein Commitment, Kredite genau so lange zu erneuern, wie die Firmen sie vertragsgemäß bedienen.

- (e) Wie hoch ist der Break-even-Zinssatz für die Kreditgeber unter der Annahme, dass die Schuldner im Erfolgsfall vertragsgemäß zurückzahlen?
- (f) Zeigen Sie: Der Wert der Fortführung der Geschäftsbeziehung für den Investor ist  $V = \frac{\pi}{1+\beta-\pi}[R^s - (1+r)]$ . Unter welcher Bedingung zahlt er im Erfolgsfall vertragsgemäß zurück?
- (g) Zeigen Sie: Damit sich ein Kreditmarktgleichgewicht mit positiven Investitionen ergibt, muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$(1 - \pi) \frac{1 - R^f}{\pi} \leq \frac{\pi}{1 + \beta} R^s + \left(1 - \frac{\pi}{1 + \beta}\right) R^f - 1.$$

Ist dies eine stärkere oder eine schwächere Bedingung als die in Aurgabenteil (d) abgeleitete? Warum?