Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Studienschwerpunkt „Finanzmarkttheorie“

8 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 120 Minuten

WS 2008/09

2.3.2009

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1/B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie <u>fünf der sechs</u> Aufgaben A1-A6, <u>eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2 und <u>in jedem Fall</u> Aufgabe B3!

In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 14.
Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.

A1: Vollkommener Kapitalmarkt In einem Kapitalmarkt sind je 500 Firmen mit Projekten von Typ 1 bzw. 2 aktiv. Projekt 1 liefert $R_1 = 90$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 60\%$, Projekt 2 liefert $R_2 = 60$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 90\%$, im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Der Kapitaleinsatz ist $B = 45$, die Sicherheiten $S = 24{,}25$. Es herrscht vollständige Information, so dass für die Inhaber der zwei verschiedenen Projekte 1 und 2 verschiedene Kreditzinssätze r verlangt werden können. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 450.000i$.

(a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KN})$ und $E(\pi_2^{KN})$ in Abhängigkeit vom Zins r, der von der jeweiligen Gruppe verlangt wird.

(b) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KG})$ und $E(\pi_2^{KG})$ in Abhängigkeit von r. Wie lauten mit i als Einlagenzins die jeweiligen Nullgewinnbedingungen?

(c) Ermitteln Sie aus der Bedingungen $E(\pi_1^{KN}) \geq 0$ mit Hilfe der Nullgewinnbedingung für die Kapitalgeber aus Aufgabenteil (b) den Einlagenzins i, bis zu dem die Firmen aus Risikoklasse 1 Kapital nachfragen.

(d) Ermitteln Sie aus der Bedingungen $E(\pi_2^{KN}) \geq 0$ mit Hilfe der Nullgewinnbedingung für die Kapitalgeber aus Aufgabenteil (b) den Einlagenzins i, bis zu dem die Firmen aus Risikoklasse 2 Kapital nachfragen.

(e) Berechnen Sie den Zinssatz i, bei dem $S(i)$ der Kapitalnachfrage aller Unternehmen entspricht. Herrscht Markträumung?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Moral hazard 133 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 15$. Projekt 1 liefert mit 90% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 20$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eine Auszahlung von $R_2 = 22{,}5$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 2.000i$.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer für die beiden Projekte? (Hinweis: Machen Sie von den Zahlenangaben Gebrauch, so dass die erwarteten Gewinne nur vom Kreditzins r abhängen!)

(b) Berechnen Sie den Zinssatz r_1, bei dem die Kapitalnehmer beginnen, riskant zu investieren, und den Zinssatz r_2, bei dem auch das riskante Projekt keine positiven erwarteten Gewinne mehr liefert.

(c) Berechnen Sie $i(r_1)$ und $i(r_2)$.

(d) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse.

(e) In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit $N = 100$ Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R - 1 = 10\%$. Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L - 1 = -20\%$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils $1/2$ ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an, die eine Verzinsung von null bei frühem Abheben und Verzinsung $R - 1$ bei spätem Abheben an. Geht sie Pleite, gilt First come, first served.

(a) Stellen Sie die vertraglich vorgesehenen Abhebemöglichkeiten anhand einer Tabelle dar.

(b) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?

(c) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?

(d) Stellen Sie die Abhebemöglichkeiten eines geduldigen Anlegers dar, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben? Wie handelt er?

(e) Welche Gleichgewichte gibt es? Wie verhalten sich Ungeduldige bzw. Geduldige in den Gleichgewichten?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Die Teilnahmegebühr beträgt €10. Jeder Teilnehmer einer Stufe muss vier Nachfolger finden. Er erhält dann €1 Provision pro Nachfolger in den folgenden zwei Stufen. Die Provisionen werden ausschließlich aus den Teilnahmegebühren nachfolgender Spielstufen bezahlt. Das Ponzi-Spiel beginnt in Stufe 0 mit einem Teilnehmer. In Stufe 4 werden aus den Teilnahmegebüren noch einmal die Provisionen an die Vorgänger und Vorvorgänger bezahlt, dann endet das Ponzi-Spiel. Tragen Sie in die unten stehende Tabelle ein:

(a) die jeweiligen Teilnehmerzahlen in den Stufen 0 bis 4,

(b) den Gewinn für den Veranstalter jeweils pro Spieler und für alle Spieler jeder Stufe,

(c) den gesamten Gewinn des Veranstalters,

(d) den Gewinn der Spieler jeweils pro Spieler und für alle Spieler jeder Stufe,

(e) die gesamten Gewinne aller Spieler zusammen.

	Teil-	Gewinn für Veranstalter		Gewinn für Spieler	
Stufe	nehmer	pro Spieler	gesamt	pro Spieler	gesamt
0					
1					
2					
3					
4					
Summe		/		/	

A5: Kapitalmarkteffizienz und Noise (a) Geben Sie stichpunktartig die drei Annahmen für die Preisbildung auf einem Aktienmarkt an.

(b) Zeigen Sie anhand eines Widerspruchsbeweises, dass die drei Bedingungen aus Aufgabenteil (a) implizieren, dass der Aktienkurs Q_t ein Random walk ist.

(c) Zeigen Sie: Ist Q_t ein Gleichgewichtskurs und B_t („Noise") ein Random walk, dann ist $Q_t + B_t$ ein Gleichgewichtskurs.

(d) Sei $Q_t = Q$ konstant und $\underline{\varepsilon} < 0$ die kleinste mögliche Änderung in dem Random walk aus Aufgabenteil (c). Wie oft nacheinander muss diese kleinste Realisierung passieren, bis $Q + B_t < 0$ ist?

(e) Was bedeutet das Ergebnis aus Aufgabenteil (d) für die Möglichkeit von negativen Bubbles im betrachteten Modell?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Leverage Mit einer Verzinsung von x auf eingesetztes Kapital und Fremdkapitalkosten von 4% beträgt die Eigenkapitalrendite einer Bank

$$EKR = \frac{x \cdot EK + (x - 4\%) \cdot FK}{EK}.$$

Das Verhältnis von Fremd- zu Eigenkapital FK/EK wird als Leverage bezeichnet.

(a) Bei einer Verzinsung von im Erfolgsfall $x = 8\%$ auf eingesetztes Kapital – wie hoch muss die Leverage für eine Eigenkapitalrendite von 20% im Erfolgsfall sein?

(b) Welche Rendite x führt bei der Leverage aus Aufgabenteil (a) zu Totalverlust (d.h. $EKR = -100\%$)?

(c) Bei einer Verzinsung von nur 5% im Erfolgsfall – wie hoch muss die Leverage für eine Eigenkapitalrendite von 20% im Erfolgsfall sein?

(d) Welche Rendite führt bei der Leverage aus Aufgabenteil (c) zu Totalverlust?

(e) Zeigen Sie, dass in der Formel aus der Aufgabenstellung $\partial EKR/\partial x$ mit der Leverage steigt. Was bedeutet das in Worten?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Bearbeiten Sie entweder B1 oder B2!

Aufgabe B1: Zwei-Zins-Gleichgewicht Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B-S]+S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r_1) < E(R)/B - 1$ und $i(r_2) = E(R)/B - 1$ gilt.

(d) Die Kapitalangebotsfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei r_1 (d.h. $S[i(r_1)]$) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins r_1 vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Sei $\tilde{r}_1$ definiert durch $i(\tilde{r}_1) = i(r_1)$, $\tilde{r}_1 > r_1$. Markieren Sie $\tilde{r}_1$ in der Grafik in Aufgabenteil (e). Wie hoch ist die Restnachfrage bei $\tilde{r}_1$, wenn die Kreditvergabe bei r_1 durch $\tilde{S}$ gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von $\tilde{S}$, bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie stichpunktartig, warum folgende Strategien keinen positiven Gewinn erbringen: (ha) zusätzliche Kapitalvergabe bei r_1; (hb) zusätzliches Kapitalangebot bei $\tilde{r}_1$, (hc) Kapitalvergabe zu einem Zins $r < \tilde{r}_1$ außer r_1; (hd) Kapitalangebot bei einem Zins $r > \tilde{r}_1$.

Aufgabe B2: Finanzielle Fragilität Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nach-

zufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn r steigt.
(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B - S] + S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r_1) < E(R)/B - 1$ und $i(r_2) = E(R)/B - 1$ gilt.
(d) Das Kapitalangebot $S(i)$ sei bis zu einem Schwellenwert $\bar{i}$ „gering" und steige darüber stark mit i an. Welche zwei Bedingungen kennzeichnen finanzielle Fragilität? Veranschaulichen Sie die Situation mit zwei Grafiken, in denen Sie einerseits die Rendite und andererseits Kapitalangebot und -nachfrage über dem Zins r abtragen.
(e) Illustrieren Sie in Ihren Grafiken aus Aufgabenteil (d) die Auswirkungen eines Anstiegs von $\bar{i}$ über $i(r_1)$ hinaus. Charakterisieren Sie das neue Gleichgewicht, und beschreiben Sie, was sich gegenüber der Ausgangssituation geändert hat.

Bearbeiten Sie <u>in jedem Fall</u> B3!

Aufgabe B3: Erwartungsnutzen

Betrachten Sie eine Lotterie, die x_1 mit Wahrscheinlichkeit π_1 und x_2 mit Wahrscheinlichkeit π_2 liefert (mit $x_1 > x_2$). Ein Anleger hat die Nutzenfunktion $u(x)$. Nehmen Sie an, dass $u(x)$ strikt konkav ist: $u'(x) > 0 > u''(x)$.
(a) Berechnen Sie die Steigung von Geraden, auf denen Lotterien (x_1, x_2) den gleichen Erwartungswert haben.
(b) Wie lautet der Erwartungsnutzen des Anlegers? Ermitteln Sie die Steigung von Indifferenzkurven. Beweisen Sie, dass die Indifferenzkurven fallend und strikt konvex verlaufen.
(c) Was gilt für die Steigung der Kurven aus den Aufgabenteilen (a) und (b) auf der „Sicherheitslinie" $x_1 = x_2$? Veranschaulichen Sie die Ergebnisse aus den Aufgabenteilen (a) und (b) anhand einer Grafik. Zeichnen Sie insbesondere die Indifferenzkurven ein, die die Erwartungsnutzenniveaus $u[E(x)]$ und $E[u(x)]$ repräsentieren.
(d) Definieren Sie den Begriff „Risikoaversion". Welcher Zusammenhang zwischen Risikoaversion und Nutzenfunktion ergibt sich aus der Abbildung aus Aufgabenteil (c)?
(e) Beweisen Sie, dass der Zusammenhang aus Aufgabenteil (d) allgemein (d.h. auch bei Lotterien mit mehr als zwei möglichen Ereignissen) gilt, indem Sie die Tatsache verwenden, dass strikte Konkavität von u bedeutet, dass $u(x) < u(\bar{x}) + u'(\bar{x})(x - \bar{x})$ für alle $x \neq \bar{x}$.