

# Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Studienschwerpunkt Finanzmarkttheorie

10 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 150 Minuten

SS 2008

22.7.2008

Prof. Dr. Lutz Arnold

*Bitte gut leserlich ausfüllen:*

**Name:**

**Vorname:**

**Matr.-nr.:**

*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*

| A | B1 | B2 | B3 | $\Sigma$ |
|---|----|----|----|----------|
|   |    |    |    |          |

**Bearbeiten Sie alle acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3!**

In den Aufgaben **A1-A8** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 17.

Für die Bearbeitung gelten folgende zusätzliche Bedingungen:

1. Für die Lösung der Aufgaben darf nur das vom Zentralen Prüfungssekretariat ausgegebene Papier verwendet werden. Aufgabenlösungen dürfen nicht mit Rotstift oder Bleistift geschrieben werden.
2. Der farbige Umschlagbogen muss vollständig ausgefüllt werden. Der Umschlagbogen darf nicht zur Aufgabenbearbeitung verwendet werden.
3. Bei versuchtem oder vollendetem Unterschleif wird die Aufgabenlösung von der Prüfungsaufsicht eingezogen. Die Aufgabenlösungen werden mit „nicht ausreichend“ bewertet. Der Tatbestand des Unterschleifs ist auch dann schon gegeben, wenn nicht zugelassene Hilfsmittel am Bearbeitungsplatz bereitgehalten werden. Bei versuchtem oder vollzogenem Unterschleif muss der Kandidat den Prüfungsraum verlassen. Bei schwerem Unterschleif kann die gesamte Prüfung mit „nicht ausreichend“ bewertet werden. Mitgebrachte Mobiltelefone müssen ausgeschaltet und in der Tasche verstaut werden. Der Versuch, ein Mobiltelefon zu benutzen, gilt als Unterschleif.
4. Vermeintliche Mängel am Prüfungsverfahren müssen sofort bei der Prüfungsaufsicht geltend gemacht werden.
5. Nach Ankündigung des Endes der Bearbeitungszeit durch die Prüfungsaufsicht müssen die Aufgabenlösungen in den Umschlagbogen eingelegt werden. Die Aufgabenlösungen werden von der Prüfungsaufsicht eingesammelt oder müssen nach Aufruf einzeln bei der Prüfungsaufsicht abgegeben werden. Das Weiterarbeiten nach Ankündigung des Prüfungsendes stellt einen Verstoß gegen die Prüfungsbestimmungen dar und wird mit dem Einzug der Aufgabenlösungen geahndet. Die Aufgabenlösungen werden mit „nicht ausreichend“ bewertet. Verlässt ein Kandidat vor Überprüfung seiner Aufgabenlösungen den Prüfungsraum, verliert er den Anspruch auf Reklamation eventuell fehlender Aufgabenlösungen. Nachträglich können solche Beanstandungen nicht berücksichtigt werden.
6. Bei Abbruch der Prüfung wegen Erkrankung muss unverzüglich ein Arzt aufgesucht und das ärztliche Attest zusammen mit der schriftlichen Rücktrittserklärung dem Prüfungsamt zugeleitet werden.
7. Nach § 30 Abs. 9 DPO 2000 können auf Antrag des Kandidaten bis zu zwei Modulprüfungen gestrichen werden. Dieser Antrag darf nur bis zum Ende der jeweiligen Prüfung gestellt werden. In diesem Fall gilt die Prüfung als nicht angetreten. Den Antrag erhalten Sie bei der Prüfungsaufsicht.

**A1: Grundbegriffe** (a) Wie viele Kreditzinssätze gibt es im Gleichgewicht eines vollkommenen Kreditmarkts mit Firmen aus  $J$  verschiedene Risikogruppen (mit einem internen Zinsfuß, bei dem genügend Kapital zur Realisierung aller Projekte angeboten wird)? (b) Welche zwei Arten asymmetrischer Information unterscheidet man? (c) Nennen Sie in der richtigen Reihenfolge die drei Finanzierungsarten, die gemäß dem „Hackordnungs- (Pecking-order-) Prinzip“ nacheinander in Anspruch genommen werden. (d) Definieren Sie den Begriff Risikoaversion. (e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A2: Vollkommener Kapitalmarkt** In einem Kapitalmarkt sind je 1.000 Firmen mit Projekten von Typ 1 bzw. 2 aktiv. Projekt 1 liefert  $R_1 = 240$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = 50\%$ , Projekt 2 liefert  $R_2 = 300$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = 40\%$ , im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts.  $B = 100$  und  $S = 80$ . Es herrscht vollständige Information, so dass für die Inhaber der zwei verschiedenen Projekte 1 und 2 verschiedene Kreditzinssätze  $r$  verlangt werden können. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 1.000.000i$ .

- (a) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KN})$  und  $E(\pi_2^{KN})$  in Abhängigkeit vom Zins  $r$ , der von der jeweiligen Gruppe verlangt wird.
- (b) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KG})$  und  $E(\pi_2^{KG})$  in Abhängigkeit von  $r$ . Wie lautet mit  $i$  als Einlagenzins die Nullgewinnbedingung für die Kapitalgeber für Kredite an Risikoklasse  $j$  ( $= 1, 2$ )?
- (c) Ermitteln Sie aus der Bedingung  $E(\pi_j^{KN}) \geq 0$  mit Hilfe der Nullgewinnbedingung für die Kapitalgeber aus Aufgabenteil (b) den Einlagenzins  $i$ , bis zu dem die Firmen aus Risikoklasse  $j$  Kapital nachfragen.
- (d) Illustrieren Sie das Kreditmarktgleichgewicht anhand einer Grafik mit dem Einlagenzins  $i$  an der waagerechten Achse und Angebot und Nachfrage an der senkrechten Achse. Wie hoch sind  $i$  und das Volumen vergebener Kredite im Gleichgewicht?
- (e) Wie hoch sind die Zinssätze für die beiden Gruppen im Gleichgewicht?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A3: Adverse Selektion** Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können  $N_1 = 500$  Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das  $R_1 = 120$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_1 = 90\%$  liefert.  $N_2 = 500$  andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das  $R_2 = 135$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2 = 80\%$  liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz  $B = 100$  voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten  $S = 90$ . Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 700.000 i$ .

- (a) Berechnen Sie die Zinssätze  $r_1$  und  $r_2$ , bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.
- (b) Berechnen Sie die erwartete Rückzahlung  $E(\pi_j^{KG} | r \leq r_j)$  für  $0 \leq r \leq r_1$  und für  $r_1 \leq r \leq r_2$ .
- (c) Wie lautet die Funktion für die erwartete Rendite  $i$  auf Kredite? Berechnen Sie aus Ihrem Ergebnis zu Aufgabenteil (c) die erwartete Rendite bei  $r_1$  und bei  $r_2$ .
- (d) Berechnen Sie  $S[i(r_1)]$  und  $S[i(r_2)]$ , und illustrieren Sie das Kreditmarktgleichgewicht grafisch.
- (e) In welchem Bereich liegt der Gleichgewichtszins  $r$ ? Welche Projekte werden finanziert?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A4: Riskoneutralität und -aversion** Ein Anleger hat die Nutzenfunktion  $u(x) = 17 - \frac{1}{x}$ . Betrachten Sie eine Lotterie mit  $x_1 = \frac{1}{10}$  und  $x_2 = \frac{1}{6}$  sowie Wahrscheinlichkeiten  $\pi_1 = \frac{1}{2}$  und  $\pi_2 = \frac{1}{2}$ .

(a) Wie hoch ist der Erwartungswert der Lotterie? Wie hoch ist der Nutzen aus dem Erwartungswert der Lotterie?

(b) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen?

(c) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus den Aufgabenteilen (a) und (b). Welche Risikoeinstellung hat mithin der Anleger?

(d) Wie lautet die Bedingung für Risikoaversion allgemein für steigende, differenzierbare Nutzenfunktionen  $u$ ? Zeigen Sie, dass diese Bedingung für die Nutzenfunktion aus der Aufgabenstellung erfüllt ist.

(e) Zeigen Sie, dass die Bedingung aus Aufgabenteil (d) aus der Bedingung für strikte Konkavität von  $u$  (d.h. aus  $u(x) < u(\bar{x}) + u'(\bar{x})(x - \bar{x})$ ) folgt (nicht den grafischen Beweis führen!).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

- A5: Kapitalmarkteffizienz und Bubbles**
- (a) Was ist die Bedingung dafür, dass eine Zufallsvariable  $Q_t$  ein Random walk ist?
  - (b) Geben Sie stichpunktartig die drei Annahmen für die Preisbildung auf einem Aktienmarkt an.
  - (c) Zeigen Sie anhand eines Widerspruchsbeweises, dass die drei Bedingungen aus Aufgabenteil (b) implizieren, dass der Aktienkurs  $Q_t$  ein Random walk ist.
  - (d) Konstruieren Sie eine Bubble  $B_t$ . Zeigen Sie, dass die Bubble aus Aufgabenteil (c) eine erwartete Änderung von null aufweist.
  - (e) Zeigen Sie, dass  $Q_t + B_t$  die Gleichgewichtsbedingungen aus Aufgabenteil (b) erfüllt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A6: CAPM** Betrachten Sie das „reduzierte“ CAPM: Für alle  $k$  gilt

$$i_k - i = \beta_k(i_M - i) + \varepsilon_k$$

mit  $E\varepsilon_k = 0$ . und  $E[\varepsilon_k(i_M - E i_M)] = 0$ .

- (a) Definieren Sie die Varianz des Markts  $\sigma_M^2$ .
- (b) Definieren Sie die Kovarianz von  $k$  und dem Markt  $Cov_{k,M}$ .
- (c) Bilden Sie in der Gleichung in der Aufgabenstellung Erwartungen, und subtrahieren Sie die resultierende Gleichung von der in der Aufgabenstellung.
- (d) Bestimmen Sie aus der resultierenden Formel  $\beta_k$  in Abhängigkeit von  $\sigma_M^2$  und  $Cov_{k,M}$ .
- (e) Welche Aktien  $k$  haben gemäß der Formel aus Aufgabenteil (d) eine hohe Risikoprämie?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

### A7: Modigliani-Miller-Theorem

- (a) Wie lautet die Formel für den Unternehmenswert  $q^k$  von Firma  $k$  (ohne Verschuldung)?
- (b) Drücken Sie den Preis eines Bonds, das eine sichere Auszahlung von 1 liefert, als Funktion der Arrow-Securities- (AS) Preise aus.
- (c) Wie lautet die Formel für den Unternehmenswert  $q^k$  von  $k$ , wenn diese Firma  $b^k$  Bonds emittiert?
- (d) Zeigen Sie, dass  $b^k$  für gegebene Preise  $p_\theta$  und  $p_{j\theta}^{spot}$  keinen Einfluss auf  $q^k$  hat.
- (e) Was besagt ihr Ergebnis aus Aufgabenteil (d)? Was besagt die allgemeinere („Makro-“) Version des Modigliani-Miller-Theorems?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A8: Finanzmarktvollständigkeit** In einer Ökonomie mit *zwei* möglichen Umweltzuständen ( $\Theta = 2$ ) gibt es ein sicheres Bond mit Payoff-Vektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  (Asset 1) und eine Aktie mit Payoff-Vektor  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  (Asset 2).

(a) Wie lautet die Payoff-Matrix?

(b) Wie lautet das Portfolio  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ , das die AS für den Umweltzustand  $\theta = 1$  nachbildet?

(c) Wie lautet das Portfolio, das die AS für den Umweltzustand 2 nachbildet?

Ersetzen Sie nun das sichere Bond durch eine Kaufoption auf die Aktie mit strike price 2 (als Asset 1).

(d) Wie lautet die Payoff-Matrix nun?

(e) Berechnen Sie die beiden Portfolios aus Option und Aktie, mit denen man die beiden ASs nachbildet.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

### Aufgabe B1: Moral hazard und langfristige Beziehungen

Betrachten Sie das Modell mit langfristigen Beziehungen zwischen Kapitalnehmern und Kapitalgebern.

- (a) Sei  $R^f > \frac{p_1(R_1 - B)}{1 + \rho}$ . Was bedeutet das für die Gewinne des Kapitalnehmers  $\frac{E(\pi_1^{KN})}{1 + \rho}$  und damit für sein Verhalten, wenn er nur einmal mit dem Kapitalgeber handelt? Was folgt daraus für das Kreditmarktgleichgewicht bei nur einmaliger Kreditbeziehung? Was wird stattdessen über die Beziehung zwischen Kapitalnehmer und Kapitalgeber angenommen?
- (b) Wie lautet Nullgewinnbedingung für die Banken bei Realisierung des „guten“ Projekts 1?
- (c) Wie lautet die Erwartungsgewinnfunktion der Kapitalnehmer bei Nullgewinnen der Banken?
- (d) Leiten Sie mit Hilfe der Formel für die geometrische Reihe den Barwert der aufsummierten Erwartungsgewinne bei wiederholter Realisierung von Projekt 1 her.
- (e) Bis zu welchem Kreditzins  $r_1$  wählen die Unternehmer das gute Projekt?
- (f) Wie lautet die Funktion, die die Rendite  $i$  der Kapitalgeber in Beziehung zum Kreditzins  $r$  setzt?
- (g) Illustrieren Sie in einer Grafik mit  $r$  an der waagerechten Achse und Kapitalangebot- und nachfrage an der senkrechten Achse ein Kreditmarktgleichgewicht, in dem alle guten Projekte finanziert und durchgeführt werden.
- (h) Welche Annahme über die Kapitalangebotsfunktion  $S(i)$  und die Parameter des Modells muss gemacht werden, damit sich ein Gleichgewicht wie in Aufgabenteil (g) einstellt?

### Aufgabe B2: Bank runs

- (a) Skizzieren Sie die Investitionsmöglichkeiten der Banken im Diamond-Dybvig-Modell.
- (b) Wie unterscheiden sich geduldige und ungeduldige Konsumenten (von denen es jeweils gleich viele gebe)?
- (c) Welchen Finanzkontrakt bieten die Banken an?
- (d) Betrachten Sie zunächst das Gleichgewicht bei „normalem Geschäftsverlauf“. Wie viel legt eine Bank kurz- bzw. langfristig an? Wie lauten die Entscheidungskalküle der ungeduldigen und der geduldigen Konsumenten?
- (e) Welches zweite Gleichgewicht gibt es? Wie lauten die Entscheidungskalküle der ungeduldigen und der geduldigen Konsumenten hier?
- (f) Erklären Sie, warum Sonnenflecken für die Gleichgewichtsauswahl maßgeblich sein können.
- (g) Nun zum optimalen Einlagekontrakt. Die Verzinsungen für Abhebungen in den Zeitpunkten 2 und 3 seien  $i_2$  bzw.  $i_3$ . Wie lautet der Erwartungsnutzen der Konsumenten? Wie hängt  $i_3$  von  $i_2$  ab?
- (h) Wie lauten die notwendige und die hinreichende Bedingung für die optimale Verzinsung  $i_2$ ? Nehmen Sie  $i_2 \geq 0$  an, und zeigen Sie, dass  $i_3 > i_2$  ist.
- (i) Zeigen Sie, dass sich für logarithmischen Nutzen der Kontrakt aus Aufgabenteil (c) aus der notwendigen Bedingung aus Aufgabenteil (h) ergibt.

**Aufgabe B3: Pareto-Optimalität des allgemeinen Gleichgewichts unter Unsicherheit** Betrachten Sie die Tauschökonomie mit Unsicherheit über die Anfangsausstattungen  $e_{j\theta}^i$ .

- (a) Formulieren Sie das Maximierungsproblem, das Pareto-optimale Allokationen liefert.
- (b) Lösen Sie es mit Hilfe eines Lagrange-Ansatzes. Formen Sie die notwendigen Bedingungen so um, dass Sie die üblichen *MRS*-Bedingungen erhalten.
- (c) Formulieren Sie das Maximierungsproblem eines Konsumenten in der Terminmarktökonomie.
- (d) Zeigen Sie, dass die Terminmarktökonomie zu einer Pareto-optimalen Allokation führt.
- (e) Welche Märkte gibt es in der Ökonomie mit ASs? Wie lauten die Budgetrestriktionen der Konsumenten?
- (f) Eliminieren Sie  $x_{\theta}^i$  aus den Budgetrestriktionen aus Aufgabenteil (d). Für welche Preise erhält man die gleiche Budgetrestriktion wie in der Terminmarktökonomie? Erklären Sie diese Bedingung.
- (g) Was folgt aus Ihrem Ergebnis zu Aufgabenteil (f) für die Effizienz des Marktgleichgewichts mit ASs? Begründen Sie Ihre Antwort mit einem Satz.

Kapitalmarkttheorie SS 2008









