Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Studienschwerpunkt Finanzmarkttheorie

10 Kreditpunkte

Bearbeitungsdauer: 150 Minuten

WS 2007/08

4.3.2008

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vornamer:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	B3	$\sum$

Bearbeiten Sie alle <u>acht</u> Aufgaben A1-A8 <u>und zwei der drei</u> Aufgaben B1-B3!

In den Aufgaben **A1-A8** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

In den Aufgaben **B1-B3** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

Zugelassenes Hilfsmittel: nicht-programmmierbarer Taschenrechner.

Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 17.

Für die Bearbeitung gelten folgende zusätzliche Bedingungen:

1. Für die Lösung der Aufgaben darf nur das vom Zentralen Prüfungssekretariat ausgegebene Papier verwendet werden. Aufgabenlösungen dürfen nicht mit Rotstift oder Bleistift geschrieben werden.

2. Der farbige Umschlagbogen muss vollständig ausgefüllt werden. Der Umschlagbogen darf nicht zur Aufgabenbearbeitung verwendet werden.

3. Bei versuchtem oder vollendetem Unterschleif wird die Aufgabenlösung von der Prüfungsaufsicht eingezogen. Die Aufgabenlösungen werden mit „nicht ausreichend“ bewertet. Der Tatbestand des Unterschleifs ist auch dann schon gegeben, wenn nicht zugelassene Hilfsmittel am Bearbeitungsplatz bereitgehalten werden. Bei versuchtem oder vollzogenem Unterschleif muss der Kandidat den Prüfungsraum verlassen. Bei schwerem Unterschleif kann die gesamte Prüfung mit „nicht ausreichend“ bewertet werden. Mitgebrachte Mobiltelefone müssen ausgeschaltet und in der Tasche verstaut werden. Der Versuch, ein Mobiltelefon zu benutzen, gilt als Unterschleif.

4. Vermeintliche Mängel am Prüfungsverfahren müssen sofort bei der Prüfungsaufsicht geltend gemacht werden.

5. Nach Ankündigung des Endes der Bearbeitungszeit durch die Prüfungsaufsicht müssen die Aufgabenlösungen in den Umschlagbogen eingelegt werden. Die Aufgabenlösungen werden von der Prüfungsaufsicht eingesammelt oder müssen nach Aufruf einzeln bei der Prüfungsaufsicht abgegeben werden. Das Weiterarbeiten nach Ankündigung des Prüfungsendes stellt einen Verstoß gegen die Prüfungsbestimmungen dar und wird mit dem Einzug der Aufgabenlösungen geahndet. Die Aufgabenlösungen werden mit „nicht ausreichend“ bewertet. Verlässt ein Kandidat vor Überprüfung seiner Aufgabenlösungen den Prüfungsraum, verliert er den Anspruch auf Reklamation eventuell fehlender Aufgabenlösungen. Nachträglich können solche Beanstandungen nicht berücksichtigt werden.

6. Bei Abbruch der Prüfung wegen Erkrankung muss unverzüglich ein Arzt aufgesucht und das ärztliche Attest zusammen mit der schriftlichen Rücktrittserklärung dem Prüfungsamt zugeleitet werden.

7. Nach § 30 Abs. 9 DPO 2000 können auf Antrag des Kandidaten bis zu zwei Modulprüfungen gestrichen werden. Dieser Antrag darf nur bis zum Ende der jeweiligen Prüfung gestellt werden. In diesem Fall gilt die Prüfung als nicht angetreten. Den Antrag erhalten Sie bei der Prüfungsaufsicht.

A1: Adverse Selektion Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 100$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 150$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 90\%$ liefert. $N_2 = 100$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 270$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 50\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 100$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 90$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 181.818{,}18\, i$.

(a) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(b) Welche durchschnittlichen Erfolgswahrscheinlichkeiten erwarten die Kapitalgeber abhängig vom Zinssatz?

(c) Berechnen Sie aus der Nullgewinnbedingung für Kapitalgeber die Rendite-Funktion $i(r)$ in den jeweiligen Zinsbereichen.

(d) Wie hoch sind $i(r_1)$ und $S[i(r_1)]$?

(e) In welchem Bereich liegt demnach der Gleichgewichtszins r? Berechnen Sie ihn. Welche Projekte werden finanziert?

(a)   (b)   (c)   (d)   (e)

A2: Moral Hazard 100 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 1$. Projekt 1 liefert mit 95% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 1{,}4$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 23,75% eine Auszahlung von $R_2 = 2$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 700i$.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer für die beiden Projekte?

(b) Berechnen Sie den Zinssatz r_1, bei dem die Kapitalnehmer beginnen, riskant zu investieren.

(c) Berechnen Sie den Zinssatz r_2, ab dem auch das riskante Projekt keine positiven erwarteten Gewinne mehr liefert.

(d) Berechnen Sie $i(r_1)$ und $i(r_2)$.

(e) Wie hoch sind Zins, Kapitalangebot und Kapitalnachfrage im Gleichgewicht? In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Riskoneutralität und -aversion Ein Anleger hat die Nutzenfunktion $u(x) = 100x - x^2$. Betrachten Sie eine Lotterie mit $x_1 = 20$ und $x_2 = 10$ sowie Wahrscheinlichkeiten $\pi_1 = \frac{3}{4}$ und $\pi_2 = \frac{1}{4}$.

(a) Ist der Grenznutzen sowohl für x_1 als auch für x_2 positiv?

(b) Wie hoch ist der Erwartungswert der Lotterie? Wie hoch ist der Nutzen aus dem Erwartungswert der Lotterie?

(c) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen?

(d) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus den Aufgabenteil (b) und (c). Welche Risikoeinstellung hat mithin der Anleger?

(e) Leiten Sie die Gültigkeit der Bedingung für Risikoaversion aus der Bedingung für strikte Konkavität von u (d.h. aus $u(x) < u(\bar{x}) + u'(\bar{x})(x - \bar{x})$) her (nicht den grafischen Beweis führen!).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Kapitalmarkteffizienz und Noise

(a) Definieren Sie einen Random walk. Zeigen Sie, dass die erwartete Änderung null ist.

(b) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Kapitalmarkt (mit kurzen Horizonten, Risikoneutralität und elastischer Nachfrage)? Zeigen Sie, dass diese Bedingung impliziert, dass der Kurs einem Random walk folgt.

(c) Was ist Noise? Zeigen Sie, dass ein Gleichgewichtskurs Noise enthalten kann (wenn Sie zunächst mögliche Negativität der Kurse ignorieren).

(d) Die geringste Ausprägung der Noise-Variablen aus Aufgabenteil (c) sei $\underline{\varepsilon} < 0$ und trete mit positiver Wahrscheinlichkeit p ein. Zeigen Sie, dass der Kurs negativ werden kann.

(e) Argumentieren Sie, warum bei voller Rationalität mithin Noise als Bestandteil von Kursen doch ausgeschlossen werden kann.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Ponzi-Spiele Die Teilnahmegebühr beträgt €50. Jeder Teilnehmer einer Stufe muss fünf Nachfolger finden. Er erhält dann €2 Provision pro Nachfolger in den folgenden zwei Stufen. Das Ponzi-Spiel beginnt in Stufe 0 mit einem Teilnehmer und endet mit Stufe 3. Die Provisionen werden ausschließlich aus den Teilnahmegebühren nachfolgender Spielstufen bezahlt. Tragen Sie in die unten stehende Tabelle ein:

den Gewinn für den Veranstalter (nach Begleichung von Provisionen aus den Teilnahmegebühren) pro Spieler und den Gewinn für die Spieler pro Spieler,

die Teilnehmerzahlen pro Spielstufe und gesamt, die Gewinne für Veranstalter und Spieler pro Stufe, die Gesamtgewinne des Veranstalters und die Gewinne aller Spieler zusammen.

	Teil-	Gewinn für Veranstalter		Gewinn für Spieler	
Stufe	nehmer	pro Spieler	gesamt	pro Spieler	gesamt
0					
1					
2					
3					
Summe		/		/	

A6: CAPM Betrachten Sie das „reduzierte“ CAPM: Für alle k gilt

$$i_k - i = \beta_k(i_M - i) + \varepsilon_k$$

mit $E\varepsilon_k = 0.$ und $E[\varepsilon_k(i_M - Ei_M)] = 0.$

(a) Definieren Sie die Varianz des Markts σ_M^2.

(b) Definieren Sie die Kovarianz von k und dem Markt $Cov_{k,M}$.

(c) Bilden Sie in der Gleichung in der Aufgabenstellung Erwartungen, und subtrahieren Sie die resultierende Gleichung von der in der Aufgabenstellung.

(d) Bestimmen Sie aus der resultierenden Formel β_k in Abhängigkeit von σ_M^2 und $Cov_{k,M}$.

(e) Welche Aktien k haben gemäß der Formel aus Aufgabenteil (d) eine niedrige Risikoprämie?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A7: Modigliani-Miller-Theorem

(a) Wie lautet die Formel für den Unternehmenswert q^k von Firma k (ohne Verschuldung)?

(b) Drücken Sie den Preis eines Bonds, das eine sichere Auszahlung von 1 liefert, als Funktion der Arrow-Securities- (AS) Preise aus.

(c) Wie lautet die Formel für den Unternehmenswert q^k von k, wenn diese Firms b^k Bonds emittiert?

(d) Zeigen Sie, dass b^k für gegebene Preise p_θ und $p_{j\theta}^{spot}$ keinen Einfluss auf q^k hat.

(e) Was besagt ihr Ergebnis aus Aufgabenteil (d)? Was besagt die allgemeinere („Makro-“) Version des Modigliani-Miller-Theorems?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A8: Komplettierung des Finanzmarkts mit Optionen In einer Ökonomie mit drei möglichen Umweltzuständen ($\Theta = 3$) ist ein Wertpapier mit dem folgenden Payoff-Vektor gegeben: $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Zudem gebe es Call-Optionen mit „strike prices“ 1 und 3.

(a) Wie lauten die Payoff-Vektoren für die beiden Optionen?

(b) Wie lautet das lineare Gleichungssystem, das das Portfolio $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ liefert, mit dem die AS für Zustand $\theta = 3$ nachgebildet werden kann?

(c) Lösen Sie das Gleichungssystem aus Aufgabenteil (c) nach x_1, x_2 und x_3 auf. Wie lautet das Portfolio $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, das die AS nachbildet?

(d) Wie lauten die Portfolios, die die anderen beiden ASs nachbilden?

(e) Mit welchem Portfolio kann man sich eine sichere Auszahlung in Höhe von 1 sichern?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Zwei-Zins-Gleichgewicht Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|r \leq r_j)$? Wie hängt sie von r ab?

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B-S]+S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r_1) < E(R)/B - 1$ und $i(r_2) = E(R)/B - 1$ gilt.

(d) Die Sparfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei r_1 (d.h. $S[i(r_1)]$) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins r_1 vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Wie hoch ist die Restnachfrage bei $\tilde{r}_1$, wenn die Kreditvergabe bei r_1 durch $\tilde{S}$ gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von $\tilde{S}$, bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie stichpunktartig, warum folgende Strategien keinen positiven Gewinn erbringen: (ha) zusätzliche Kapitalvergabe bei r_1; (hb) zusätzliches Kapitalangebot bei $\tilde{r}_1$, (hc) Kapitalvergabe zu einem Zins $r < \tilde{r}_1$ außer r_1; (hd) Kapitalangebot bei einem Zins $r > \tilde{r}_1$.

Aufgabe B2: Bank runs

(a) Skizzieren Sie die Investitionsmöglichkeiten der Banken im Diamond-Dybvig-Modell.

(b) Wie unterscheiden sich geduldige und ungeduldige Konsumenten (von denen es jeweils gleich viele gebe)?

(c) Welchen Finanzkontrakt bieten die Banken an?

(d) Betrachten Sie zunächst das Gleichgewicht bei „normalem Geschäftsverlauf“. Wie viel legt eine Bank kurz- bzw. langfristig an? Wie lauten die Entscheidungskalküle der ungeduldigen und der geduldigen Konsumenten?

(e) Welches zweite Gleichgewicht gibt es? Wie lauten die Entscheidungskalküle der ungeduldigen und

der geduldigen Konsumenten hier?
(f) Erklären Sie, warum Sonnenflecken für die Gleichgewichtsauswahl maßgeblich sein können.
(g) Nun zum optimalen Einlagekontrakt. Die Verzinsungen für Abhebungen in den Zeitpunkten 2 und 3 seien i_2 bzw. i_3. Wie lautet der Erwartungsnutzen der Konsumenten? Wie hängt i_3 von i_2 ab?
(h) Wie lauten die notwendige und die hinreichende Bedingung für die optimale Verzinsung i_2? Nehmen Sie $i_2 \geq 0$ an, und zeigen Sie, dass $i_3 > i_2$ ist.
(i) Zeigen Sie, dass sich für logarithmischen Nutzen der Kontrakt aus Aufgabenteil (c) aus der notwendigen Bedingung aus Aufgabenteil (h) ergibt.

Aufgabe B3: Pareto-Optimalität des allgemeinen Gleichgewichts unter Unsicherheit Betrachten Sie die Tauschökonomie mit Unsicherheit über die Anfangsausstattungen $e^i_{j\theta}$.
(a) Formulieren Sie das Maximierungsproblem, das Pareto-optimale Allokationen liefert.
(b) Lösen Sie es mit Hilfe eines Lagrange-Ansatzes. Formen Sie die notwendigen Bedingungen so um, dass Sie die üblichen MRS-Bedingungen erhalten.
(c) Formulieren Sie das Maximierungsproblem eines Konsumenten in der Terminmarktökonomie.
(d) Zeigen Sie, dass die Terminmarktökonomie zu einer Pareto-optimalen Allokation führt.
(e) Welche Märkte gibt es in der Ökonomie mit ASs? Wie lauten die Budgetrestriktionen der Konsumenten?
(f) Eliminieren Sie x^i_θ aus den Budgetrestriktionen aus Aufgabenteil (d). Für welche Preise erhält man die gleiche Budgetrestriktion wie in der Terminmarktökonomie? Erklären Sie diese Bedingung.
(g) Was folgt aus Ihrem Ergebnis zu Aufgabenteil (f) für die Effizienz des Marktgleichgewichts mit ASs? Begründen Sie Ihre Antwort mit einem Satz.

Kapitalmarkttheorie WS 2007/08