

# Bachelor-Prüfung „Kapitalmarkttheorie“

6 Kreditpunkte

WS 2022/23

6.3.2023

Prof. Dr. Lutz Arnold

<i>Bitte gut leserlich ausfüllen:</i> <b>Name:</b> <b>Vorname:</b> <b>Matr.-nr.:</b>	<i>Wird vom Prüfer ausgefüllt:</i> <table border="1"><tr><td>A</td><td>B1</td><td>B2</td><td><math>\Sigma</math></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	A	B1	B2	$\Sigma$				
A	B1	B2	$\Sigma$						

- **Bearbeiten Sie alle sechs Aufgaben A1-A6 und eine der zwei Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

**A1: Vollkommener Kapitalmarkt** Je 50 Firmen können Projekt 1 mit  $R_1 = 1.100$  und  $p_1 = \frac{10}{11}$  bzw. Projekt 2 mit  $R_2 = 1.400$  und  $p_2 = \frac{5}{7}$  durchführen. Im Misserfolgsfall liefern die Projekte nichts. Der Kapitaleinsatz ist  $B = 909,09$ , die Sicherheiten  $S = 795,45$ . Die Information ist symmetrisch verteilt. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 1.818.180i$ .

(a) Berechnen Sie  $E(\pi_1^{KG})$  und  $E(\pi_2^{KG})$  in Abhängigkeit von  $r$  (hier und im Folgenden immer mit zwei Nachkommastellen).

(b) Wie lauten mit  $i$  als Einlagezins die jeweiligen Nullgewinnbedingungen für die Banken?

(c) Ermitteln Sie aus der Gleichung für die Aufteilung von  $E(R)$  zwischen Kapitalnehmer und -geber den Einlagezins  $i$ , bis zu dem die Firmen jeweils Kapital nachfragen, wenn die Kreditzinsen verlangt werden, die zu Nullgewinnen für die Banken führen.

(d) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Einlagenzinssatz  $i$ .

(e) Berechnen Sie den Kreditzins  $r$  für Firmen mit Projekt 2. Argumentieren Sie (ohne zu rechnen), ob der Zins für Projekt 1 höher oder niedriger ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A2: Lemons-Markt** Betrachten Sie folgenden Gebrauchtwagenmarkt:

Bewertungen	gute	schlechte
Inhaber	€ 22.500	€ 8.000
Käufer	€ 25.000	€ 10.000
Anteile	80%	20%

Die Verhandlungsmacht ist zwischen Käufern und Verkäufern gleich verteilt, d.h. der Marktpreis entspricht dem Mittelwert der Bewertungen von Käufern und Verkäufern.

- (a) Beschreiben Sie das Marktgleichgewicht bei symmetrisch verteilter Information.
- (b) Was ist der erwartete Wert eines Autos für einen Käufer, wenn alle Autos angeboten werden und asymmetrische Information herrscht?
- (c) Warum werden im Marktgleichgewicht nicht alle Autos gehandelt?
- (d) Welches Marktgleichgewicht ergibt sich bei asymmetrisch verteilter Information?
- (e) Wie hoch müsste (bei sonst gleichen Parametern) der Anteil guter Autos mindestens sein, damit sich nicht ein Lemons-Gleichgewicht ergibt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A3: Moral hazard** 80 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten mit Kapitaleinsatz  $B = 100$ . Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{9}{10}$  eine Auszahlung von  $R_1 = 200$ , Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{3}$  eine Auszahlung von  $R_2 = 285$ . Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist  $S(i) = 20.000 i$ .

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1 bzw. Projekt 2 in Abhängigkeit vom Kreditzins  $r$ ?

(b) Berechnen Sie den Zinssatz  $r_1$ , oberhalb dessen die Kapitalnehmer riskant investieren.

(c) Berechnen Sie die Rendite  $i(r_1)$ , die beim Zinssatz aus Aufgabenteil (b) erwirtschaftet wird. Wie hoch sind Kapitalangebot und Kapitalnachfrage beim Kreditzins  $r_1$ ?

(d) Zeigen Sie, dass die Rendite bei  $r_2 = R_2/B - 1$  negativ ist.

(e) Skizzieren Sie das Kapitalmarktgleichgewicht anhand der üblichen Grafik. In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A4: Optimaler Einlagenkontrakt** Im Diamond-Dybvig-Modell sei  $R = 1,2$ ,  $N = 1.000$  und  $U(c) = 4,4c - c^2$ .

- (a) Wie lautet der Erwartungsnutzen eines Einlegers bei Zinsen von  $i_2$  bei frühem bzw.  $i_3$  bei spätem Abheben?
- (b) Welche beiden Gleichungen müssen die langfristigen Pro-Kopf-Investitionen  $I$  erfüllen, damit früh die ungeduldige Hälfte der Einleger ausbezahlt werden kann und spät die geduldige Hälfte?
- (c) Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen  $i_2$  und  $i_3$ , indem Sie  $I$  aus den Gleichungen in Aufgabenteil (c) eliminieren.
- (d) Ermitteln Sie durch Substituieren in die Erwartungsnutzenfunktion aus Aufgabenteil (a) und Ableiten nach  $i_2$  die Bedingung erster Ordnung für Erwartungsnutzenmaximierung.
- (e) Berechnen Sie den optimalen Zins  $i_2$ , der die Bedingung aus Aufgabenteil (d) erfüllt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A5: Bubbles** Betrachten Sie eine Aktie, die eine konstante Dividende  $D = 1$  zahlt, der sichere Zins ist  $i = 2\%$ . Der Fundamentalwert ist  $F = 50$ .

(a) Leiten Sie den Zusammenhang zwischen  $E_t B_{t+1}$  und  $B_t$  her, den eine Bubble erfüllen muss.

(b) Sei  $B_0 < 0$ . Argumentieren Sie, dass mit positiver Wahrscheinlichkeit die Ungleichung  $B_t \leq 1,02^t B_0$  gilt.

(c) Sei  $B_0 = -41,02$ . Wie lautet die Ungleichung, die den Zeitpunkt  $t$  bestimmt, ab dem der Aktienkurs mit positiver Wahrscheinlichkeit negativ ist?

(d) Lösen Sie die Ungleichung aus Aufgabenteil (c) nach  $t$  auf.

(e) Begründen Sie, dass es nie eine positive Bubble nie entstehen kann.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**A6: Leerverkäufe und Grenzen der Arbitrage** Eine Aktie zahlt ab  $t = 1$  eine Dividende mit konstantem Erwartungswert  $E_t(D_{t+1}) = 10$ . Der sichere Zins ist  $i = 5\%$ . Es sind  $N = 1.000$  Aktien in Umlauf. Die Noise trader investieren  $x = 225.000$  in  $t = 0$  und  $x_t = 200.000$  ab  $t = 1$ .

- (a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs  $F$  der Aktie in  $t = 0$ ?
- (b) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Markt in  $t = 0$ , wenn die Arbitrageure  $s$  Leerverkäufe durchführen und nichts investieren? Lösen Sie sie nach dem Gleichgewichtskurs  $Q$  auf.
- (c) Wie groß muss die Anzahl der Leerverkäufe sein, damit sich in  $t = 0$  die fundamentale Bewertung ergibt?
- (d) Berechnen Sie den Gleichgewichtskurs bei  $\bar{s} = 97,56$ .
- (e) Berechnen Sie den Gewinn aus einem Leerverkauf in  $t = 0$  (mit festverzinslicher Anlage zwischen  $t = 0$  und  $t = 1$ ) im Gleichgewicht aus Aufgabenteil (d).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

**Aufgabe B1: Zwei-Preis-Gleichgewicht** Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ( $j = 1, 2$ ), die jeweils über Sicherheiten  $S$  verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

- (a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer  $E(\pi_j^{KN})$  und die erwartete Rückzahlung  $E(\pi_j^{KG})$  für einen Kredit an Risikoklasse  $j$ ?
- (b) Ermitteln Sie die Zinssätze  $r_j$ , bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion  $E(p_j | r \leq r_j)$ ? Erklären Sie den Verlauf dieser Funktion.
- (c) Erklären Sie, wie die Funktion, die die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber  $E(\pi_j^{KG} | r \leq r_j) = E(p_j | r \leq r_j)[(1+r)B - S] + S$  in Abhängigkeit vom Zins  $r$  angibt, vom Zins abhängt.
- (d) Wie lautet die Rendite-Funktion  $i(r)$ ? Erklären Sie ihren Verlauf. Was unterscheidet sie vom Zusammenhang zwischen Zins und Rendite in einem Markt ohne adverse Selektion? Argumentieren Sie kurz (ohne Rechnungen), bei welchem Zins die Rendite  $i(r)$  maximal ist.
- (e) Wie lautet die Bedingung dafür, dass  $S(i)$  groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?
- (f) Unter welcher Bedingung bezüglich Kapitalangebot und -nachfrage ergibt sich ein Zwei-Preis-Gleichgewicht? Illustrieren Sie Ihre Antwort mit der üblichen Grafik zum Kapitalmarktgleichgewicht.
- (g) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins  $r_1$  vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).
- (h) Wie ist der Zins  $\tilde{r}_1$  definiert? Markieren Sie  $\tilde{r}_1$  in der Grafik aus Aufgabenteil (f). Wie hoch ist die Restnachfrage bei  $\tilde{r}_1$ , wenn die Kreditvergabe bei  $r_1$  durch  $\tilde{S}$  gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von  $\tilde{S}$ , bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich sind.
- (i) Erklären Sie, warum im Zwei-Preis-Gleichgewicht keine positiven Gewinne mit anderen Zinsen als  $r_1$  oder  $\tilde{r}_1$  möglich sind.

**Aufgabe B2: Aktienfinanzierung und adverse Selektion** Betrachten Sie das Modell zur Aktienfinanzierung von Investitionsprojekten bei versteckten Eigenschaften mit zwei Risikoklassen  $j = 1, 2$ . Firmen aus Risikoklasse 1 haben unabhängig von der Investition einen Cash flow  $S$ . Firmen aus Risikoklasse 2 verfügen über keine Cash flows außer dem durch die Investition. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung des Investitionskapitals  $B$  einen Anteil  $s$  an den Cash flows des jeweiligen Unternehmens. Sie können den Typ  $j$  eines Unternehmens nicht beobachten.

- (a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer  $E(\pi_1^{KN})$  bzw.  $E(\pi_2^{KN})$  bei Durchführung des jeweiligen Projekts? Wie lautet die Bedingung dafür, dass Kapital nachgefragt wird?
- (b) Berechnen Sie aus den Ungleichungen aus Aufgabenteil (a) die Werte von  $s$ , bis zu denen Unternehmen aus den beiden Klassen Kapital nachfragen. Gibt es adverse Selektion?
- (c) Wie lauten die erwartete Zahlung an die Kapitalgeber  $E(\pi_j^{KG})$  und die Rendite auf ausgegebenes

Kapital als Funktionen von  $s$ ?

(d) Zeigen Sie, dass die Rendite der Kapitalgeber bei  $s_1$  kleiner ist als  $E(R)/B - 1$ . Berechnen Sie die Rendite bei dem  $s$ -Wert, bei dem auch Firmen aus Klasse 2 aufhören, Kapital nachzufragen.

(e) Stellen Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in einer Grafik dar, in der Angebot und Nachfrage über  $s$  abgetragen werden. Beschriften Sie die eingezeichneten Kurven. Nehmen Sie dabei an, dass  $S[i(s_1)] < N_2B$  ist.

(f) Erklären Sie, welcher Typ Gleichgewicht und welche Ineffizienz sich dabei einstellen.

(g) Vergleichen Sie das Gleichgewicht aus Aufgabenteil (e) kurz (ohne Rechnungen) mit den Gleichgewichten, die sich einstellen würden, wenn die Kapitalgeber einen Anteil  $s$  nicht am gesamten Firmen-Cash-flow, sondern nur am Investitionsertrag  $R$  erhielten, bzw. wenn Kreditverträge statt Aktien benutzt würden.

Kapitalmarkttheorie WS 2022/23







