Bachelor-Prüfung „Kapitalmarkttheorie“

6 Kreditpunkte

WS 2019/20

2.3.2020

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6**
  <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!

- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.

- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.

- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Vollkommener Kapitalmarkt Im Kapitalmarkt sind je 100 Firmen mit Projekten der Typen 1, 2 bzw. 3 aktiv. Projekt 1 liefert $R_1 = 240$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{5}{6}$, Projekt 2 liefert $R_2 = 250$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = \frac{4}{5}$ und Projekt 3 liefert $R_3 = 300$ mit Wahrscheinlichkeit $p_3 = \frac{2}{3}$. Im Misserfolgsfall liefern die Projekte nichts. Der Kapitaleinsatz ist $B = 180$, die Sicherheiten $S = 60$. Es herrscht vollständige Information, so dass für die Inhaber der verschiedenen Projekte verschiedene Kreditzinssätze r verlangt werden können. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 720.000i$.

(a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KG})$, $E(\pi_2^{KG})$ und $E(\pi_3^{KG})$ in Abhängigkeit von r.

(b) Wie lauten mit i als Einlagezins die jeweiligen Nullgewinnbedingungen für die Banken?

(c) Ermitteln Sie aus den Bedingungen in Aufgabenteil (b) sowie der Gleichung für die Aufteilung von $E(R)$ zwischen Kapitalnehmer und -geber den Einlagenzins i, bis zu dem die Firmen aus den drei Risikoklassen jeweils Kapital nachfragen, wenn die Kreditzinsen verlangt werden, die zu Nullgewinnen für die Banken führen.

(d) Berechnen Sie den gleichgewichtigen Einlagenzinssatz i.

(e) Berechnen Sie (in Prozent, auf zwei Nachkommastellen) die unterschiedlichen Kreditzinsen r, die von den drei Risikoklassen verlangt werden.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Zwei-Preis-Gleichgewicht $N_1 = 40$ Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 mit $R_1 = 160$ und $p_1 = 75\%$ durchführen, $N_2 = 50$ andere Firmen das Projekt 2 mit $R_2 = 200$ und $p_2 = 60\%$. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 100$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 30$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 70.000i$.

(a) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(b) Wie lautet die Rendite-Funktion $i(r)$? Berechnen Sie $i(r_1)$ und $S[i(r_1)]$.

(c) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt mit der üblichen Grafik.

(d) Berechnen Sie $\tilde{r}_1$.

(e) Sei $\tilde{S} = 4.500$. Zeigen Sie, dass bei $\tilde{r}_1$ Restangebot und -nachfrage gleich hoch sind.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Langfristige Kreditbeziehungen $N = 200$ Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von $B = 15$ erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 80\%$ einen Payoff von 25. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile $R^f = 10$, aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 45.000i$. Führen Sie die folgenden Berechnungen allgemein für beliebige Werte von ρ (> 0) durch.

(a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KN})$ in Abhängigkeit von r. Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz r lohnt, in Projekt 1 zu investieren.

(b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten diskontierten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von ρ und r?

(c) Berechnen Sie den Zins r_1 (in Abhängigkeit von ρ), bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.

(d) Berechnen Sie die Renditefunktion $i(r)$ und den markträumenden Zins r.

(e) Für welche Werte von ρ ist gewährleistet, dass der markträumenden Zinssatz aus Aufgabenteil (d) kleiner ist als der Zinssatz r_1 aus Aufgabenteil (c), bis zu dem Projekt 1 realisiert wird?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Zahlungsunfähigkeit und Überschuldung Der Bankensektor verfügt über N_B^* Assets, die zunächst jeweils den Wert Q^* haben, und einen Bargeldbestand C. Die Banken refinanzieren sich komplett über Einlagen D. Das Eigenkapital ist positiv: $N_B^* Q^* + C > D$. Die Kundeneinlagen übersteigen allerdings den Bargeldbestand: $D > C$. Das Marktangebot des Assets ist N, die Nachfrage der Nicht-Banken x/Q^*.

(a) Berechnen Sie den markträumenden Kurs Q^*.

(b) Nun ziehen alle Einleger ihre Depositen D ab. Zur Auszahlung benutzen die Banken zunächst ihr Bargeld C. Zudem verkaufen sie Assets im Wert von $D-C$. Wie hoch ist der verbleibende Restbestand der Banken an Assets N_B in Abhängigkeit vom neuen Asset-Kurs Q?

(c) Die Nachfrage der anderen Marktteilnehmer ist x/Q. Wie lautet die neue Markträumungsbedingung für den Asset-Markt?

(d) Setzen Sie die Nachfrage der Banken aus Aufgabenteil (b) in die Markträumungsbedingung aus Aufgabenteil (c) ein, und lösen Sie die resultierende Bedingung nach Q auf.

(e) Sei $x < D - C$. Illustrieren Sie die Situation in einem Angebot-Nachfrage-Diagramm. Sind die Banken in der Lage, ihren Kunden deren Einlagen auszuzahlen? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Optimaler Einlagenkontrakt im Diamond-Dybvig-Modell Im Diamond-Dybvig-Modell sei $R = 1{,}5$, $N = 100$ und $U(c) = \ln c$.

(a) Wie lautet der Erwartungsnutzen eines Einlegers bei Zinsen von i_2 bei frühem Abheben bzw. i_3 bei spätem Abheben?

(b) Welche beiden Gleichungen müssen die langfristigen Pro-Kopf-Investitionen I erfüllen, damit früh die ungeduldige Hälfte der Einleger ausbezahlt werden kann und spät die geduldige Hälfte?

(c) Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen i_2 und i_3, indem Sie I aus den Gleichungen in Aufgabenteil (c) eliminieren.

(d) Ermitteln Sie durch Substituieren in die Erwartungsnutzenfunktion aus Aufgabenteil (a) und Ableiten die optimalen Werte für i_2 und i_3.

(e) Zeigen Sie, dass die Bedingung zweiter Ordnung für Nutzenmaximierung erfüllt ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Fundamentalwert

(a) Formulieren Sie das Gesetz iterierter Erwartungen als Gleichung.

(b) Wie lautet (ohne Herleitung) allgemein die Formel für den Fundamentalwert einer Aktie mit Dividenden D_t?

(c) Sei $E_t(D_{t+1}) = 42$ für $t = 1, 2, \ldots$ und $i = 3\%$. Wie hoch ist dann der Fundamentalkurs in $t = 1$?

(d) Sei desweiteren $E_0(D_1) = 36{,}85$. Wie hoch ist der Fundamentalkurs in $t = 0$?

(e) Erklären Sie mit einem Satz: Welche Beobachtung von Robert Shiller wirft Zweifel daran auf, dass Aktien stets fundamental bewertet sind?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Aktienfinanzierung und adverse Selektion Betrachten Sie das Modell zur Aktienfinanzierung von Investitionsprojekten bei versteckten Eigenschaften mit zwei Risikoklassen $j = 1, 2$. Firmen aus Risikoklasse 1 haben unabhängig von der Investition einen Cash flow S. Firmen aus Risikoklasse 2 verfügen über keine Cash flows außer dem durch die Investition. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung des Investitionskapitals B einen Anteil s an den Cash flows des jeweiligen Unternehmens. Sie können den Typ j eines Unternehmens nicht beobachten.

(a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_1^{KN})$ bzw. $E(\pi_2^{KN})$ bei Durchführung des jeweiligen Projekts? Wie lauten die Bedingungen dafür, dass Kapital nachgefragt wird?

(b) Berechnen Sie aus den Ungleichungen aus Aufgabenteil (a) die Werte von s, bis zu denen Unternehmen aus den beiden Klassen Kapital nachfragen. Erklären Sie, dass ein Problem adverser Selektion vorliegt.

(c) Wie lauten die erwartete Zahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG})$ und die Rendite auf ausgegebenes Kapital als Funktionen von s?

(d) Zeigen Sie, dass $i(s_1) < E(R)/B - 1$ ist, und berechnen Sie $i(1)$.

(e) Stellen Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in einer Grafik dar, in der Angebot und Nachfrage über s abgetragen werden. Beschriften Sie die eingezeichneten Kurven. Nehmen Sie dabei an, dass $S[i(s_1)] < N_2 B$ ist.

(f) Erklären Sie, was für ein Typ Gleichgewicht und welche Ineffizienz sich dabei einstellen.

(g) Erklären Sie kurz (ohne Rechungen), wie das Gleichgewicht aussähe, wenn die Kapitalgeber einen Anteil s nicht am gesamten Firmen-Cash-flow, sondern nur am Investitionsertrag R erhielten. Inwiefern würde man das als einen Aktienkontrakt interpretieren?

Aufgabe B2: Grenzen der Arbitrage Ein Asset liefert Dividendenzahlungen mit konstantem Erwartungswert $E_t D_{t+1} = D$. Noise trader investieren x in $t = 0$ und $x_t = NF$ ab $t = 1$, wobei F der Fundamentalwert ist. Arbitrageure haben kein Kapital (d.h. $\bar{y} = 0$) und können maximal $\bar{s}$ Assets shorten.

(a) Wie hängt der Fundamentalwert F von D ab?

(b) Erklären Sie, die für einen Arbitrageur aus einem Leerverkauf in t resultierenden Zahlungen in t und in $t + 1$.

(c) Unter welcher Bedingung realisieren die Arbitrageure alle für sie machbaren Leerverkäufe? Begründen Sie Ihre Antwort mit Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (b). Unter welcher Bedingung sind die Arbitrageure indifferent hinsichtlich der Anzahl ihrer Leerverkäufe?

(d) Wie lautet gegeben, dass die Arbitrageure keine Aktien kaufen (d.h. $y_t = 0$), die Markträumungsbedingung? Wie hoch ist gemäß der Markträumungsbedingung der Kurs Q_t für $t = 1, 2, \ldots$, wenn die Arbitrageure keine Leerverkäufe tätigen (d.h. $s_t = 0$)? Zeigen Sie, dass die Arbitrageure dann indifferent bezüglich der Anzahl ihrer Leerverkäufe sind.

(e) Sei $x > NF$. Bestimmen Sie die gleichgewichtige Anzahl von Short sales und den Gleichgewichtskurs in $t = 0$, wenn $\bar{s} \geq x/F - N$ ist. Argumentieren Sie, warum bei jeder anderen Anzahl von Short sales kein Gleichgewicht vorliegt. Illustrieren Sie das Marktgleichgewicht im Preis-Mengen-Diagramm.
(f) Sei weiter $x > NF$. Bestimmen Sie den Gleichgewichtskurs in $t = 0$, wenn $\bar{s} < x/F - N$ ist. Wie viele Short sales führen die Arbitrageure durch? Warum? Illustrieren Sie das Marktgleichgewicht im Preis-Mengen-Diagramm.

Kapitalmarkttheorie WS 2019/20