Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

SS 2015

10.08.2015

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vornname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6**
  <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!

- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner

- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Erwartungsnutzen (a) Definieren Sie den Begriff „Risikoaversion“.

(b) Wie hängt es von der Krümmung der Nutzenfunktion $U(c)$ (mit $U'(c) > 0$) ab, ob Risikoaversion oder -neutralität vorliegt? (Hier keine Begründung notwendig.)

(c) Formulieren Sie die Ungleichung, die besagt, dass $U(c)$ bei strikter Konkavität (außer im Tangentialpunkt selbst) unterhalb der Tangente im Punkt $(E(c), U[E(c)])$ liegt.

(d) Illustrieren Sie den Sachverhalt aus Aufgabenteil (c) anhand einer Grafik.

(e) Beweisen Sie anhand der Ungleichung aus Aufgabenteil (c), dass Risikoaversion im Sinne von Aufgabenteil (a) vorliegt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Aktienfinanzierung $N_1 = 200$ Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 225$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 4/5$ liefert. $N_2 = 300$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 300$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 3/5$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 144$ voraus. Es liegt asymmetrische Information vor. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 5 \cdot 10^6 \cdot i^2$. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung von B einen Anteil s an den Erträgen des Projekts (die Firmen haben ohne das Projekt keinen Wert).

(a) Wie lauten die erwarteten Firmengewinne $E(\pi_j^{KN})$? Für welche s fragen die Firmen Kapital nach?

(b) Wie lauten $E(\pi_j^{KG})$ und $i(s)$?

(c) Berechnen Sie $i(1)$ und $S[i(1)]$. Reicht das Kapitalangebot bei $s = 1$ aus, um alle Investitionen zu finanzieren?

(d) Berechnen Sie den markträumenden Wert von s.

(e) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Moral hazard 50 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 100$. Projekt 1 liefert mit 90% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 150$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% eine Auszahlung von $R_2 = 167{,}5$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 400.000\, i$.

(a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1 in Abhängigkeit vom Kreditzins r?

(b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?

(c) Berechnen Sie den Zinssatz r_1, oberhalb dessen die Kapitalnehmer riskant investieren. Berechnen Sie auch den Zinssatz r_2, bei dem $E(\pi_2^{KN}) = 0$ ist.

(d) Berechnen Sie die Renditen $i(r_1)$ und $i(r_2)$ und den markträumenden Zins.

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Unmöglichkeit negativer Bubbles

(a) Wie lautet die Bedingung, die ein gleichgewichtiger Aktienkurs Q_t bei Risikoneutralität (und positiven Zinsen i und Dividenden D_t) erfüllt?

(b) Sei die exogene „Platzwahrscheinlichkeit“ einer Bubble $0 < p < 1$. Wenn die Bubble nicht platzt, bläht sie sich Periode für Periode um den Faktor $(1+i)/(1-p) > 1$ auf. Nach dem Platzen in t fällt der Wert auf η_{t+1}, mit $E_t(\eta_{t+1}) = 0$. Wie lässt sich die Bubble ($B_{t+1} = ...$) formal darstellen?

(c) Zeigen Sie, dass diese Bubble die Bedingung $E_t(B_{t+1}) = (1+i)B_t$ erfüllt.

(d) Angenommen, B_0 ist negativ. Auf welchen Wert hat sich die negative Bubble aufgebläht, wenn sie in t noch nicht geplatzt ist?

(e) Der Fundamentalkurs F_t habe eine Obergrenze $\bar{F}$. Leiten Sie unter Verwendung ihres Ergebnisses aus Aufgabenteil d) den Zeitpunkt t her, ab dem der Kurs negativ wird.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit $N = 1.000$ Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R - 1 = 15\%$. Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L - 1 = -10\%$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils 1/2 ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben oder einer Verzinsung von $R - 1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt „*proportionale Rationierung*".

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?

(b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?

(c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Reicht das aus, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?

(d) Stellen Sie die Abhebemöglichkeiten eines geduldigen Anlegers, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben, mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten dar. Wie handelt er?

(e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Grenzen der Arbitrage Eine Aktie zahlt ab $t = 1$ eine konstante Dividende $D_t = 4$. Der sichere Zins ist $i = 4\%$. Es sind $N = 5.000$ Aktien in Umlauf. Noise trader investieren unabhängig vom Kurs den Betrag x in die Aktie.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs F der Aktie in $t = 0$? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Sei $x = 400.000$. Wie hoch ist der Kurs Q_0, wenn die Arbitrageure inaktiv sind? Ist die Aktie über- oder unterbewertet?

(c) Welche Aktion der Arbitrageure ist notwendig für eine fundamentale Bewertung der Aktie?

(d) Sei $x = 1.000.000$. Wie hoch ist der Kurs Q_0, wenn die Arbitrageure inaktiv sind? Ist die Aktie über- oder unterbewertet?

(e) Welche Aktion der Arbitrageure ist nun notwendig für eine fundamentale Bewertung der Aktie?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Vollkommener Kapitalmarkt Betrachten Sie einen Kapitalmarkt mit zwei Klassen von Firmen ($j = 1, 2$), die mit Projekten mit gleichem Erwartungswert, aber unterschiedlichem Risiko ausgestattet sind.

(a) Wie lauten der Gewinn des Kapitalnehmers π^{KN} und die Rückzahlung an den Kapitalgeber π^{KG} in Abhängigkeit vom Projekt-Payoff R? Illustrieren Sie die beiden Funktionen in einer Grafik mit R an der waagerechten Achse.

(b) Nehmen Sie nun an, dass die Projekte mit Wahrscheinlichkeit p_j den Payoff R_j liefern und mit der Gegenwahrscheinlichkeit nichts. Leiten Sie aus Ihrer Antwort zu Aufgabenteil (a) den erwarteten Gewinn des Kapitalnehmers $E(\pi^{KN})$, die erwartete Rückzahlung an den Kapitalgeber $E(\pi^{KG})$ und den Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen und $E(R)$ her. Wie wirkt sich ein Anstieg von p_j auf R_j und auf diese Größen aus? Erklären Sie, worin demzufolge der fundamentale Interessenkonflikt zwischen Kapitalnehmer und Kapitalgeber besteht.

(c) Wie lautet die Nullgewinnbedingung für die Kapitalgeber? Argumentieren Sie anhand dieser Bedingung, welche Firmen einen höheren Zins bezahlen?

(d) Wie hoch sind die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer, wenn die Kapitalgeber die Kreditzinsen verlangen, die für sie beim herrschenden Einlagenzins i Nullgewinne liefern? Bei welchen Einlagezinsen i fragen die Kapitalnehmer Kredite nach?

(e) Erläutern Sie das Kapitalmarktgleichgewicht anhand einer Grafik mit i an der waagerechten Achse. Wie lautet die Annahme, die sicherstellt, dass alle Projekte finanziert werden?

(f) Warum stellt sich bei Vorliegen versteckter Eigenschaften dieses Marktgleichgewicht nicht ein?

Aufgabe B2: Finanzielle Fragilität Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sich $E(p_j|r \leq r_j)$ ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B - S]+S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r_1) < E(R)/B - 1$ und $i(r_2) = E(R)/B - 1$ gilt.

(d) Das Kapitalangebot $S(i)$ sei bis zu einem Schwellenwert $\bar{i}$ „gering“ und steige darüber stark mit i an. Welche zwei Bedingungen kennzeichnen finanzielle Fragilität? Veranschaulichen Sie die Situation mit zwei Grafiken, in denen Sie einerseits die Rendite und andererseits Kapitalangebot und -nachfrage über dem Zins r abtragen.

(e) Illustrieren Sie in Ihren Grafiken aus Aufgabenteil (d) die Auswirkungen eines Anstiegs von $\bar{i}$ über $i(r_1)$ hinaus. Wie ändern sich der gleichgewichtige Zins und die gleichgewichtige Kapitalvergabe?

Kapitalmarkttheorie SS 2015