Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

WS 2012/13

28.2.2013

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vornama:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6 <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Erwartungsnutzen (a) Definieren Sie den Begriff „Risikoneutralität".

(b) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(c) = a + bc$. Welche Eigenschaft dieser Nutzenfunktion ist für das Vorliegen von Risikoneutralität entscheidend (hier keine Begründung notwendig!)?

(c) Zeichnen Sie die Nutzenfunktion $U(c)$ aus Aufgabenteil (b).

(d) Beweisen Sie, dass die Definition von Risikoneutralität aus Aufgabenteil (a) erfüllt ist.

(e) Durch welche Ungleichung ist Risikoaversion definiert? Welche Eigenschaft muss die Nutzenfunktion aufweisen, damit diese Bedingung erfüllt ist (keine Begründung notwendig!)?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Aktienfinanzierung $N_1 = 200$ Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 2.000$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{4}{5}$ liefert. $N_2 = 200$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 2.400$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = \frac{2}{3}$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 1.200$ voraus. Es liegt asymmetrische Information vor. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 1.500.000i$. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung von B einen Anteil s an den Erträgen des Projekts (die Firmen haben ohne das Projekt keinen Wert).

(a) Wie lauten die erwarteten Firmengewinne $E(\pi_j^{KN})$? Für welche s fragen die Firmen Kapital nach?

(b) Wie lauten $E(\pi_j^{KG})$ und $i(s)$?

(c) Berechnen Sie $i(1)$ und $S[i(1)]$. Reicht das Kapitalangebot bei $s = 1$ aus, um alle Investitionen zu finanzieren?

(d) Berechnen Sie den markträumenden Wert von s.

(e) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Moral hazard 50 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 2$. Projekt 1 liefert mit 90% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 3$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eine Auszahlung von $R_2 = 3{,}6$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 7.200\,i$.

(a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1 in Abhängigkeit vom Kreditzins r?

(b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?

(c) Berechnen Sie den Zinssatz r_1, oberhalb dessen die Kapitalnehmer riskant investieren. Berechnen Sie auch den Zinssatz r_2, bei dem $E(\pi_2^{KN}) = 0$ ist, und die zugehörige Rendite $i(r_2)$.

(d) Berechnen Sie die Rendite $i(r_1)$, die beim Zinssatz aus Aufgabenteil (c) erwirtschaftet wird. Wie hoch ist das Kapitalangebot beim Kreditzins r_1? Wie hoch ist die Kapitalnachfrage?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Langfristige Beziehungen $N = 1.000$ Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von $B = 20$ erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 90\%$ einen Payoff von 30. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile im Wert von $R^f = 90$, aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmen für zukünftige Gewinne ist $\rho = 5\%$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 240.000i$.

(a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KN})$ in Abhängigkeit von r. Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz r lohnt, in Projekt 1 zu investieren.

(b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von r?

(c) Berechnen Sie den Zins r_1, bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.

(d) Berechnen Sie die Renditefunktion $i(r)$. Wie lauten $i(r_1)$ und $S[i(r_1)]$?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. Wie hoch ist der Gleichgewichtszins?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit $N = 400$ Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R - 1 = 10\%$. Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L - 1 = -20\%$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils 50% ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben oder einer Verzinsung von $R - 1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt „first come, first served".

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?

(b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?

(c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Berechnen Sie: Reicht das aus, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?

(d) Mit welchen Abhebemöglichkeiten rechnet ein geduldiger Anleger, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben? Wie handelt er?

(e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Unmöglichkeit negativer Bubbles (a) Wie lautet die Bedingung, die ein gleichgewichtiger Aktienkurs Q_t bei Risikoneutralität (und positiven Zinsen i und Dividenden D_t) erfüllt?

(b) Leiten Sie die Erwartungsdifferenzengleichung her, die eine Bubble B_t $(= Q_t - F_t)$ erfüllen muss.

(c) Argumentieren Sie: Wenn $B_t < 0$ ist, gilt mit positiver Wahrscheinlichkeit $B_{t+1} < \left(1 + \frac{i}{2}\right) B_t$.

(d) Der Fundamentalkurs F_t habe eine Obergrenze $\bar{F}$, so dass $Q_t \leq \bar{F} + B_t$. Formulieren Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus Aufgabenteil (c) eine Ungleichung, die besagt, ab welchem Zeitpunkt t der Kurs mit positiver Wahrscheinlichkeit negativ ist.

(e) Lösen Sie die Ungleichung aus Aufgabenteil (d) nach t auf.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Zwei-Preis-Gleichgewicht Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|\, r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|\; r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B - S] + S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r)$ das globale Maximum bei r_2 erreicht.

(d) Die Kapitalangebotsfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei r_1 (d.h. $S[i(r_1)]$) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins r_1 vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Wie ist der Zins $\tilde{r}_1$ definiert? Markieren Sie $\tilde{r}_1$ in der Grafik aus Aufgabenteil (e). Wie hoch ist die Restnachfrage bei $\tilde{r}_1$, wenn die Kreditvergabe bei r_1 durch $\tilde{S}$ gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von $\tilde{S}$, bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie stichpunktartig, warum es im Zwei-Preis-Gleichgewicht keinen Gewinn erbringt, entweder mit einem Zins $r < \tilde{r}_1$ außer r_1 oder mit einem Zins $r > \tilde{r}_1$ abzuweichen.

Aufgabe B2: Grenzen der Arbitrage Noise trader investieren $x_0 = x$ und $x_t = NF$ ($t = 1, 2, \ldots$) mit $F = D/i$ in eine Aktie mit konstanter Dividende D. Arbitrageure verfügen über Kapital $\bar{y}$ und können maximal $\bar{s}$ short sales durchführen.

(a) Beschreiben Sie das Investitionsverhalten der Arbitrageure in Abhängigkeit von der Kursentwicklung.

(b) Wie lautet die Markträumungsbedingung für den betrachteten Aktienmarkt?

(c) Wie hoch ist der gleichgewichtige Kurs Q_t in den Perioden $t = 1, 2, \ldots$? Wie verhalten sich die Arbitrageure? Argumentieren Sie, dass das mit der Annahme über ihr Investitionsverhalten aus Aufgabenteil (a) kompatibel ist.

(d) Jetzt zur Periode $t = 0$: Wie lässt sich die Antwort zu Aufgabenteil (a) vereinfachen, wenn man

Q_1 durch das Ergebnis aus Aufgabenteil (c) ersetzt?

(e) Stellen Sie in einer Tabelle dar, wie sich der gleichgewichtige Kurs in $t = 0$ in Abhängigkeit von x, $\bar{y}$ und $\bar{s}$ ergibt.

(f) Leiten Sie sukzessive die Gleichgewichtskurse für die vier unterschiedlichen Fälle in der Tabelle in Aufgabenteil (e) aus der Markträumungsbedingung in Aufgabenteil (b) und der vereinfachten Investitionsregel aus Aufgabenteil (d) her.

Kapitalmarkttheorie WS 2012/13