Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

SS 2012

13.8.2012

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6 <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Erwartungsnutzen (a) Definieren Sie den Begriff „Risikoaversion“.

(b) Definieren Sie den Begriff „Risikoneutralität“.

(c) Wie hängt es von der Krümmung der Nutzenfunktion $U(c)$ ab, ob Risikoaversion oder -neutralität vorliegt? (Hier keine Begründung notwendig.)

(d) Formulieren Sie die Ungleichung, die besagt, dass $U(c)$ bei strikter Konkavität (außer im Tangentialpunkt selbst) unterhalb der Tangente im Punkt $(E(c), U[E(c)])$ liegt.

(e) Beweisen Sie anhand der Ungleichung aus Aufgabenteil (d), dass Risikoaversion im Sinne von Aufgabenteil (a) vorliegt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Versteckte Eigenschaften und Kreditrationierung Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 100$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 125$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 80\%$ liefert. $N_2 = 50$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 150$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 60\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 75$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 25$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 40.000\, i$.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$ für die Kapitalnehmer?

(b) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(c) Berechnen Sie die Renditen $i(r_1)$ und $i(r_2)$ auf Kapital bei den beiden Zinssätzen aus Aufgabenteil (b).

(d) Skizzieren Sie das Kapitalmarktgleichgewicht in der üblichen Grafik.

(e) Wie hoch ist der Gleichgewichtstzins? Welcher Typ Gleichgewicht stellt sich ein?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Aktienfinanzierung $N_1 = 50$ Unternehmen können das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 1.000$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 96\%$ liefert. $N_2 = 50$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 1.200$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 80\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 800$ voraus. Es liegt asymmetrische Information vor. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 1.000.000i$. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung von B einen Anteil s an den Erträgen des Projekts (die Firmen haben ohne das Projekt keinen Wert).

(a) Wie lauten die erwarteten Firmengewinne $E(\pi_j^{KN})$? Für welche s fragen die Firmen Kapital nach?

(b) Wie lauten $E(\pi_j^{KG})$ und $i(s)$?

(c) Berechnen Sie $i(1)$ und $S[i(1)]$. Reicht das Kapitalangebot bei $s = 1$ aus, um alle Investitionen zu finanzieren?

(d) Berechnen Sie den markträumenden Wert von s.

(e) Illustrieren Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit $N = 200$ Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R - 1 = 10\%$. Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L - 1 = -10\%$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils $1/2$ ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben oder einer Verzinsung von $R - 1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt „first come, first served".

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?

(b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?

(c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Reicht das aus, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?

(d) Stellen Sie die Abhebemöglichkeiten eines geduldigen Anlegers dar, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben? Wie handelt er?

(e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Unmöglichkeit negativer Bubbles (a) Wie lautet die Bedingung, die ein gleichgewichtiger Aktienkurs Q_t bei Risikoneutralität (und positiven Zinsen i und Dividenden D_t) erfüllt?

(b) Leiten Sie die Erwartungsdifferenzengleichung her, die eine Bubble B_t ($= Q_t - F_t$) erfüllen muss.

(c) Zeigen Sie: Wenn $B_t < 0$ ist, gilt mit positiver Wahrscheinlichkeit, dass $B_{t+1} < (1 + i/2)B_t$.

(d) Berechnen Sie den Zeitpunkt t, nach dem bei einer anfänglichen Bubble B_0 (< 0) und einer Obergrenze $\bar{F}$ für F_t der Kurs Q_t spätestens mit positiver Wahrscheinlichkeit negativ ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

A6: Ponzi-Spiel Die Teilnahmegebühr beträgt € 20. Jeder Teilnehmer einer Stufe muss sechs Nachfolger finden. Er erhält dann € 1 Provision pro Nachfolger in den folgenden zwei Stufen. Die Provisionen werden ausschließlich aus den Teilnahmegebühren nachfolgender Spielstufen bezahlt. Das Ponzi-Spiel beginnt in Stufe 0 mit einem Teilnehmer. In Stufe 4 werden aus den Teilnahmegebühren noch einmal die Provisionen an die Vorgänger und Vorvorgänger bezahlt, dann endet das Ponzi-Spiel. Tragen Sie in die unten stehende Tabelle ein:

(a) die jeweiligen Teilnehmerzahlen in den Stufen 0 bis 4,

(b) den Gewinn für den Veranstalter jeweils pro Spieler und für alle Spieler jeder Stufe,

(c) den gesamten Gewinn des Veranstalters,

(d) den Gewinn der Spieler jeweils pro Spieler und für alle Spieler jeder Stufe,

(e) die gesamten Gewinne aller Spieler zusammen.

Stufe	Teil-nehmer	Gewinn für Veranstalter pro Spieler	Gewinn für Veranstalter gesamt	Gewinn für Spieler pro Spieler	Gewinn für Spieler gesamt
0	1				
1					
2					
3					
4					
Summe		/		/	

Aufgabe B1: Unmöglichkeit impliziter Kontrakte bei Staatsschulden Es kann keinen impliziten Kontrakt geben, bei dem ein Land Kapital I_τ (> 0) zu Zinsen r_τ (> 0) $(\tau = 0, 1, 2, \ldots)$ aufnimmt und trotz Nichtdurchsetzbarkeit der Ansprüche diese Schulden bedient.

(a) Betrachten Sie zunächst den Fall konstanter Kreditaufnahme $I_\tau = I$ $(\tau = 0, 1, 2, \ldots)$. Warum ist es in jedem Zeitpunkt τ vorteilhaft, die Bedienung der Schulden einzustellen, anstatt den Schuldendienst zu leisten und neues Kapital aufzunehmen?

(b) Jetzt zum allgemeinen Fall. Wie ist der Zeitpunkt T definiert?

(c) Wie lautet der Netto-cash-flow aus dem betrachteten Land ins Ausland in τ bei Bedienung der Schulden?

(d) Argumentieren Sie, dass

$$A_{T+t} = \left[\prod_{\tau=T}^{T+t} (1 + r_{\tau-1})\right] I_{T-1} - I_{T+t}$$

für $t = 0$ erfüllt ist.

(e) Gemäß welcher Gleichung ergibt sich A_{T+t+1} aus dem Vorperiodenwert A_{T+t} und der „Einsparung“ gegenüber der Bedienung der Schulden?

(f) Beweisen Sie die Gültigkeit der Formel aus Aufgabenteil (d) mittels Induktion.

(g) Zeigen Sie, dass $A_{T+t} > 0$ für alle $t = 0, 1, 2, \ldots$ erfüllt ist, d.h. dass nach dem Default keine Schulden mehr im Ausland aufgenommen werden müssen.

Aufgabe B2: Grenzen der Arbitrage Noise trader investieren $x_0 = x$ und $x_t = NF$ $(t = 1, 2, \ldots)$ mit $F = D/i$ in eine Aktie mit konstanter Dividende D. Arbitrageure verfügen über Kapital $\bar{y}$ und können maximal $\bar{s}$ short sales durchführen.

(a) Beschreiben Sie das Investitionsverhalten der Arbitrageure in Abhängigkeit von der Kursentwicklung.

(b) Wie lautet die Markträumungsbedingung für den betrachteten Aktienmarkt?

(c) Wie hoch ist der gleichgewichtige Kurs Q_t in den Perioden $t = 1, 2, \ldots$? Wie verhalten sich die Arbitrageure? Argumentieren Sie, dass das mit der Annahme über ihr Investitionsverhalten aus Aufgabenteil (a) kompatibel ist.

(d) Jetzt zur Periode $t = 0$: Wie lässt sich die Antwort zu Aufgabenteil (a) vereinfachen, wenn man Q_1 durch das Ergebnis aus Aufgabenteil (c) ersetzt?

(e) Stellen Sie in einer Tabelle dar, wie sich der gleichgewichtige Kurs in $t = 0$ in Abhängigkeit von x, $\bar{y}$ und $\bar{s}$ ergibt.

(f) Leiten Sie sukzessive die Gleichgewichtskurse für die vier unterschiedlichen Fälle in der Tabelle in Aufgabenteil (e) aus der Markträumungsbedingung in Aufgabenteil (b) und der vereinfachten Investitionsregel aus Aufgabenteil (d) her.