Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

SS 2011

22.8.2011

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:

Name:

Vorname:

Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6 <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!**

- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.

- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.

- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Leverage (a) Definieren Sie die Leverage l einer Bank.

(b) Geben Sie die Formel an, die die Eigenkapitalrendite EKR in Beziehung zur Gesamtkapitalrendite x, zum Fremdkapitalzins i und zur Leverage l setzt.

(c) Sei $i = 4\%$ und im Erfolgsfall sei $x = 7\%$. Wie hoch muss die Leverage für eine Eigenkapitalrendite von 25% gewählt werden?

(d) Bei welcher Gesamtkapitalrendite x gehen bei der Leverage aus Aufgabenteil (c) 80% des Eigenkapitals verloren?

(e) Berechnen Sie aus der Formel aus Aufgabenteil (b) (d.h. ohne die Zahlenangaben aus Aufgabenteil (c)) die erwartete Eigenkapitalrendite $E(EKR)$. Zeigen Sie, dass $E(EKR)$ monoton in l steigt, wenn $E(x) > i$ ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Versteckte Eigenschaften und Kreditrationierung Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 1.000$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 200$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 50\%$ liefert. $N_2 = 1.000$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 300$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 30\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 80$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 60$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 800.000\,i$.

(a) Berechnen Sie den erwarteten Payoff für die beiden Projekte.

(b) Berechnen Sie die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$ und die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(c) Berechnen Sie die Renditen $i(r_1)$ und $i(r_2)$ auf Kapital bei den beiden Zinssätzen aus Aufgabenteil (b).

(d) Skizzieren Sie $i(r)$ sowie den Kapitalmarkt in den üblichen zwei Grafiken.

(e) Wie hoch ist der Gleichgewichtstzins? Welcher Typ Gleichgewicht stellt sich ein?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Moral hazard 100 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 1$. Projekt 1 liefert mit 90% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = \frac{5}{3}$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eine Auszahlung von $R_2 = 2$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 720\, i$.

(a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1 in Abhängigkeit vom Kreditzins r?

(b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?

(c) Berechnen Sie den Zinssatz r_1, oberhalb dessen die Kapitalnehmer riskant investieren.

(d) Berechnen Sie die Rendite $i(r_1)$, die beim Zinssatz aus Aufgabenteil (c) erwirtschaftet wird. Wie hoch ist das Kapitalangebot beim Kreditzins r_1? Wie hoch ist die Kapitalnachfrage? Wie hoch ist die Rendite beim Zins $r = 100\%$ $(= r_2)$?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Langfristige Beziehungen $N = 1.000$ Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von $B = 2$ erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 90\%$ einen Payoff von 3,4. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile im Wert von $R^f = 30$, aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmen für zukünftige Gewinne ist $\rho = 3\%$. Das Kapitalangebot ist $40.000i$.

(a) Berechnen Sie $E(\pi_1^{KN})$ in Abhängigkeit von r. Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz r lohnt, in Projekt 1 zu investieren.

(b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1 in Abhängigkeit von r?

(c) Berechnen Sie den Zins r_1, bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.

(d) Berechnen Sie die Renditefunktion $i(r)$. Wie lauten $i(r_1)$ und $S[i(r_1)]$?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. Wie hoch ist der Gleichgewichtszins?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Unmöglichkeit von Bubbles (a) Wie lautet die Bedingung, die ein gleichgewichtiger Aktienkurs Q_t bei Risikoneutralität (und positiven Zinsen i und Dividenden D_t) erfüllt?

(b) Beweisen Sie: Wenn F_t ein Gleichgewichtskurs ist und $F_t + B_t$ auch, dann erfüllt B_t die Gleichung $E_t(B_{t+1}) = (1 + i)B_t$.

(c) Zeigen Sie: Wenn $B_t < 0$ ist, gilt mit positiver Wahrscheinlichkeit, dass B_{t+1} noch negativer ist.

(d) Welche Bedingung reicht angesichts von Aufgabenteil (c) aus, um negative Bubbles auszuschließen?

(e) Zeigen Sie: Auch positive Bubbles können nicht entstehen (d.h. aus $B_0 = 0$ folgt $B_1 = 0$).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Grenzen der Arbitrage Eine Aktie zahlt in $t = 1$ eine Dividende $D_1 = 53$ und danach keine Dividenden mehr. Der sichere Zins ist $i = 6\%$. Es sind $N = 1.000$ Aktien in Umlauf. Noise trader investieren unabhängig vom Kurs $x = 60.000$ in die Aktie.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs F der Aktie in $t = 0$? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Wie hoch ist der Kurs Q_0, wenn die Arbitrageure s Aktien leer verkaufen (und keine Aktien kaufen)?

(c) Welche Aktion der Arbitrageure ist notwendig für eine fundamentale Bewertung der Aktie?

(d) Angenommen, die Arbitrageure können maximal $\bar{s} = 111{,}11$ Aktien shorten. Wie hoch sind s und Q_0 im Gleichgewicht?

(e) Wie hoch sind s und Q_0 im Gleichgewicht, wenn die Arbitrageure stattdessen $\bar{s} = 250$ Aktien shorten können?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Aktienfinanzierung als Lösung von Problemen asymmetrischer Infomation Betrachten Sie das Modell zur Aktienfinanzierung von Investitionsprojekten bei versteckten Eigenschaften. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung des Investitionskapitals B einen Anteil s an den Erträgen R des Projekts.

(a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$, die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG})$ und die Rendite auf ausgegebenes Kapital?

(b) Stellen Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik dar, in der Angebot und Nachfrage über s abgetragen werden. Beschriften Sie die eingezeichneten Kurven. Welche Modellannahme stellt sicher, dass es einen Schnittpunkt von Angebot und Nachfrage gibt?

(c) Wie hoch ist das Investitionsvolumen im Gleichgewicht?

Nun gebe es zwei Risikoklassen $j = 1, 2$. Firmen aus Risikoklasse j haben einen Wert V_j, wobei $V_1 > V_2 > 0$ ist.

(d) Wie lauten die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$? Einen Anteil s wovon erhalten die Kapitalgeber für die Bereitstellung von B? Wie lautet die Bedingung dafür, dass ein Unternehmen aus Risikoklasse j Investitionskapital nachfragt?

(e) Berechnen Sie aus der Bedingung aus Aufgabenteil (d) die s-Werte, für die Unternehmen aus Klasse j Kapital nachfragen. Erklären Sie, dass adverse Selektion vorliegt.

(f) Wie lauten die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber und die resultierende Rendite in Abhängigkeit von s?

(g) Zeigen Sie, dass bei s_2 Kapitalüberangebot herrscht. Illustrieren Sie in einer Grafik ein „Lemons-Gleichgewicht“, in dem dennoch nur Risikoklasse 2 mit Kapital versorgt wird. Welche Ungleichung muss dafür erfüllt sein?

Aufgabe B2: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit N Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R-1$ (> 0). Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L-1$ (< 0). Es gilt $N > \frac{2}{1-L}$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils $\frac{1}{2}$ ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben und einer Verzinsung $R-1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt First come, first served.

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation? Über wie viele Mittel verfügt sie in Zeitpunkt 2 bei kompletter Liquidation der langfristigen Anlage?

(b) Wann heben die Ungeduldigen ab? Warum?

(c) Nehmen Sie zunächst an, dass die geduldigen Einleger erwarten, dass die jeweils anderen Geduldigen spät abheben. Argumentieren Sie, dass die Geduldigen spät abheben, und zwar unabhängig davon, ob $\frac{1}{L} \leq \frac{N}{2}$ oder $\frac{1}{L} > \frac{N}{2}$ ist. Welche Strategienkombination ist demnach ein Nash-Gleichgewicht?

(d) Nehmen Sie nun an, dass die geduldigen Einleger erwarten, dass die jeweils anderen Geduldigen früh abheben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Einleger dann seine versprochene Auszahlung, wenn er versucht, früh abzuheben? Zeigen Sie, dass die Mittel der Bank selbst bei kompletter Liquidation der langfristigen Anlage nicht ausreichen, um alle bis auf einen Einleger früh zu bedienen. Welche Strategienkombination bildet demnach ein Bank-run-Gleichgewicht?

(e) Betrachten Sie nun einen optimalen Einlagenkontrakt mit Abhebung i_2 in Zeitpunkt 2 oder i_3 in Zeitpunkt 3. Wie lauten die beiden Gleichungen, die die Verzinsungen i_2 und i_3 in Beziehung setzen zu den langfristigen Investitionen I, die man benötigt, um ohne Liquidation früh die Ungeduldigen und spät die Geduldigen zu bedienen? Eliminieren Sie hieraus I, um einen Zusammenhang zwischen i_2 und i_3 zu erhalten.

(f) Sei die Nutzenfunktion der Einleger $U(c) = \ln c$. Zeigen Sie, dass Erwartungsnutzenmaximierung $i_2 = 0$ und $i_3 = R - 1$ liefert.

Kapitalmarkttheorie SS 2011