Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

WS 2010/11

7.3.2011

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:	*Wird vom Prüfer ausgefüllt:*			
Name:	A	B1	B2	$\sum$
Vorname:				
Matr.-nr.:				

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6 <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!**
- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.
- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.
- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.
- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.
- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Moral hazard 100 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 1$. Projekt 1 liefert mit 80% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 1{,}5$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eine Auszahlung von $R_2 = 1{,}6$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 600i$.

(a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1?

(b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?

(c) Ab welchem Zins r_1 investieren die Kapitalnehmer in Projekt 2? Ab welchem Zins r_2 lohnt auch Projekt 2 nicht mehr?

(d) Berechnen Sie die Renditen $i(r_1)$ und $i(r_2)$ sowie $S[i(r_1)]$.

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Langfristige Beziehungen $N = 100$ Unternehmen haben die Wahl zwischen zwei Projekten, die jeweils einen Kapitaleinsatz von $B = 90$ erfordern. Projekt 1 liefert mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 90\%$ einen Payoff von 112,67. Bei Misserfolg liefert es keinen Payoff. Projekt 2 bringt dem Management private Vorteile im Wert von $R^f = 33$, aber keine für den Schuldendienst einsetzbaren Erträge. Die Projekte werden ohne Sicherheiten vollständig fremdfinanziert, wobei die Kapitalgeber erst im Nachhinein die Mittelverwendung (in Projekt 1 oder 2) feststellen können. Die Diskontrate der Unternehmen für zukünftige Gewinne ist $\rho = 2\%$. Das Kapitalangebot ist $1.125.000i$. Runden Sie durchgehend auf zwei Nachkommastellen.

(a) Berechnen Sie den diskontierten erwarteten Gewinn $\frac{E(\pi_1^{KN})}{1+\rho}$ aus Projekt 1. Zeigen Sie, dass es sich bei einmaligem Investieren für keinen positiven Zinssatz lohnt, in Projekt 1 zu investieren.

(b) Wie hoch ist die Summe der erwarteten Gewinne aus (unbegrenzt häufigem) wiederholtem Investieren in Projekt 1?

(c) Berechnen Sie den Zins r_1, bis zu dem Projekt 1 realisiert wird.

(d) Berechnen Sie die Renditefunktion $i(r)$. Wie lauten $i(r_1)$ und $S[i(r_1)]$?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. Wie hoch ist der Gleichgewichtszins?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Versteckte Eigenschaften Auf einem Markt mit asymmetrischer Information können $N_1 = 1.000$ Unternehmen das Investitionsprojekt 1 durchführen, das $R_1 = 200$ mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = 90\%$ liefert. $N_2 = 1.000$ andere Firmen können das Projekt 2 durchführen, das $R_2 = 225$ mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 80\%$ liefert. Im Misserfolgsfall liefern beide Projekte nichts. Beide Projekte setzen einen Kapitaleinsatz $B = 144$ voraus. Kapitalnehmer stellen Sicherheiten $S = 72$. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 3.031.579\, i$.

(a) Berechnen Sie die Zinssätze r_1 und r_2, bei denen die beiden Gruppen aufhören, Kapital nachzufragen.

(b) Berechnen Sie die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG} | \, r \leq r_j)$ für $0 \leq r \leq r_1$ und für $r_1 \leq r \leq r_2$.

(c) Wie lautet die Funktion $i(r)$ für die erwartete Rendite auf Kredite? Berechnen Sie die erwartete Rendite bei r_1 und bei r_2.

(d) Berechnen Sie $S[i(r_1)]$ und $S[i(r_2)]$ und die Kapitalnachfrage.

(e) Berechnen Sie den Gleichgewichtszins r. Welche Projekte werden finanziert?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Kapitalmarkteffizienz Sei Q_t ein Random walk: $Q_{t+1} = Q_t + \varepsilon_{t+1}$ mit $E_t\varepsilon_{t+1} = 0$.

(a) Wie hängt Q_t von den „Schocks" $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ ab?

(b) Was ist die „beste Prognose" $E_0(Q_t)$ für den Wert Q_t?

(c) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Markt, auf dem eine Aktie zum Kurs Q_t gehandelt wird, die Dividenden D_t zahlt?

(d) Zeigen Sie, dass der Kurs Q_t für kleine Werte von D_t und i näherungsweise ein Random walk ist, indem Sie $E_t(Q_{t+1} - Q_t)$ berechnen.

(e) Beweisen Sie: Wenn D_t ein Random walk ist, dann ist $Q_t = \frac{D_t}{i}$ ein Gleichgewichtskurs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Grenzen der Arbitrage Eine Aktie zahlt in $t = 1$ eine Dividende von im Erwartungswert $E_0(D_1) = 21$ und danach keine Dividenden mehr. Der sichere Zins ist $i = 5\%$. Es sind $N = 10.000$ Aktien in Umlauf. Noise trader investieren unabhängig vom Kurs $x = 170.000$ in die Aktie.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs F der Aktie in $t = 0$? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Wie hoch ist der Kurs Q_0 in Abhängigkeit von den Investitionen y der Arbitrageure?

(c) Das Kapital der Arbitrageure betrage zunächst $\bar{y} = 15.000$. Zeigen Sie, dass für alle Investitionsniveaus $y \leq \bar{y}$ Unterbewertung vorliegt. Wie hoch sind die Investitionen der Arbitrageure y im Gleichgewicht? Warum?

(d) Nun betrage das Kapital der Arbitrageure $\bar{y} = 45.000$. Mit welchem Invesitionsniveau y wird die fundamentale Bewertung erreicht?

(e) Warum liegt bei y-Werten unterhalb des Niveaus aus Aufgabenteil (d) kein Gleichgewicht vor? Warum auch nicht bei höherem y?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Ponzi-Spiel Die Teilnahmegebühr beträgt €10. Jeder Teilnehmer einer Stufe muss sechs Nachfolger finden. Er erhält dann €0,50 Provision pro Nachfolger in den folgenden zwei Stufen. Die Provisionen werden ausschließlich aus den Teilnahmegebühren nachfolgender Spielstufen bezahlt. Das Ponzi-Spiel beginnt in Stufe 0 mit einem Teilnehmer. In Stufe 4 werden aus den Teilnahmegebühren noch einmal die Provisionen an die Vorgänger und Vorvorgänger bezahlt, dann endet das Ponzi-Spiel. Tragen Sie in die unten stehende Tabelle ein:

(a) die jeweiligen Teilnehmerzahlen in den Stufen 0 bis 4,

(b) den Gewinn für den Veranstalter jeweils pro Spieler und für alle Spieler jeder Stufe,

(c) den gesamten Gewinn des Veranstalters,

(d) den Gewinn der Spieler jeweils pro Spieler und für alle Spieler jeder Stufe,

(e) die gesamten Gewinne aller Spieler zusammen.

	Teil-	Gewinn für Veranstalter		Gewinn für Spieler	
Stufe	nehmer	pro Spieler	gesamt	pro Spieler	gesamt
0	1				
1					
2					
3					
4					
Summe		/		/	

Aufgabe B1: Finanzielle Fragilität Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j|r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sich $E(p_j|r \leq r_j)$ ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG}|r \leq r_j) = E(p_j|r \leq r_j)[(1+r)B-S]+S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r_1) < E(R)/B - 1$ und $i(r_2) = E(R)/B - 1$ gilt.

(d) Das Kapitalangebot $S(i)$ sei bis zu einem Schwellenwert $\bar{i}$ „gering" und steige darüber stark mit i an. Welche zwei Bedingungen kennzeichnen finanzielle Fragilität? Veranschaulichen Sie die Situation mit zwei Grafiken, in denen Sie einerseits die Rendite und andererseits Kapitalangebot und -nachfrage über dem Zins r abtragen.

(e) Illustrieren Sie in Ihren Grafiken aus Aufgabenteil (d) die Auswirkungen eines Anstiegs von $\bar{i}$ über $i(r_1)$ hinaus. Wie ändern sich der gleichgewichtige Zins und die gleichgewichtige Kapitalvergabe?

Aufgabe B2: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit N Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R-1$ (> 0). Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L-1$ (< 0). Es gilt $N > \frac{2}{1-L}$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils $\frac{1}{2}$ ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an mit einer Verzinsung von null bei frühem Abheben und einer Verzinsung $R-1$ bei spätem Abheben. Geht sie Pleite, gilt First come, first served.

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation? Über wie viele Mittel verfügt sie in Zeitpunkt 2 bei kompletter Liquidation der langfristigen Anlage?

(b) Wann heben die Ungeduldigen ab? Warum?

(c) Nehmen Sie zunächst an, dass die geduldigen Einleger erwarten, dass die jeweils anderen Geduldigen spät abheben. Argumentieren Sie, dass die Geduldigen spät abheben, und zwar unabhängig davon, ob $\frac{1}{L} \leq \frac{N}{2}$ oder $\frac{1}{L} > \frac{N}{2}$ ist. Welche Strategienkombination ist demnach ein Nash-Gleichgewicht?

(d) Nehmen Sie nun an, dass die geduldigen Einleger erwarten, dass die jeweils anderen Geduldigen früh abheben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Einleger dann seine versprochene Auszahlung, wenn er versucht, früh abzuheben? Zeigen Sie, dass die Mittel der Bank selbst bei kompletter Liquidation der langfristigen Anlage nicht ausreichen, um alle bis auf einen Einleger früh zu bedienen. Welche Strategienkombination bildet demnach ein Bank-run-Gleichgewicht?

(e) Betrachten Sie nun einen optimalen Einlagenkontrakt mit Abhebung i_2 in Zeitpunkt 2 oder i_3 in Zeitpunkt 3. Wie lauten die beiden Gleichungen, die die Verzinsungen i_2 und i_3 in Beziehung setzen zu den langfristigen Investitionen I, die man benötigt, um ohne Liquidation früh die Ungeduldigen und spät die Geduldigen zu bedienen? Eliminieren Sie hieraus I, um einen Zusammenhang zwischen i_2 und i_3 zu erhalten.

(f) Sei die Nutzenfunktion der Einleger $U(c) = \ln c$. Zeigen Sie, dass Erwartungsnutzenmaximierung $i_2 = 0$ und $i_3 = R - 1$ liefert.

Kapitalmarkttheorie WS 2010/11