Bachelor-Kursprüfung „Kapitalmarkttheorie“

Schwerpunktmodul „Finanzmärkte“

6 Kreditpunkte

SS 2010

16.8.2010

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bitte gut leserlich ausfüllen:
Name:
Vorname:
Matr.-nr.:

Wird vom Prüfer ausgefüllt:

A	B1	B2	$\sum$

- **Bearbeiten Sie <u>alle sechs</u> Aufgaben A1-A6**
  <u>und eine der zwei</u> Aufgaben B1-B2!

- In den Aufgaben **A1-A6** sind maximal je **5 Punkte** erreichbar. Machen Sie immer so weit wie möglich von den Zahlenangaben in den Aufgabenstellungen Gebrauch (keine allgemeinen Lösungen und Zwischenschritte!). Tragen Sie die Lösungen bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein.

- In den Aufgaben **B1-B2** sind maximal je **20 Punkte** erreichbar.

- Zugelassenes Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner.

- Bearbeitungsdauer: 90 Minuten.

- In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

- Bitte überprüfen Sie vor Beginn der Bearbeitung, ob Ihre Klausur alle Seiten enthält. Sie beginnt mit Seite 1 und endet mit Seite 12.

A1: Leverage Die Refinanzierungskosten einer Bank seien $i = 5\%$.

(a) Definieren Sie die Leverage l der Bank.

(b) Geben Sie die Formel an, die die Eigenkapitalrendite EKR in Beziehung zur Gesamtkapitalrendite x und zur Leverage l setzt.

(c) Im Erfolgsfall sei $x = 6\%$. Wie hoch muss die Leverage für eine Eigenkapitalrendite von 20% gewählt werden?

(d) Bei welcher Gesamtkapitalrendite x geht bei der Leverage aus Aufgabenteil (b) das gesamte Eigenkapital verloren?

(e) Sei $x = 6\%$ mit 90% Wahrscheinlichkeit und $x = 0\%$ mit 10% Wahrscheinlichkeit. Zeigen Sie, dass die erwartete Eigenkapitalrendite $E(EKR)$ monoton in l steigt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A2: Moral hazard 100 Unternehmen ohne Sicherheiten haben die (versteckte) Wahl zwischen zwei Projekten 1 und 2 mit Kapitaleinsatz $B = 18$. Projekt 1 liefert mit 80% Wahrscheinlichkeit eine Auszahlung von $R_1 = 25{,}25$, Projekt 2 liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eine Auszahlung von $R_2 = 26$. Bei Misserfolg erwirtschaften beide Projekte keine Auszahlung. Das Kapitalangebot ist $S(i) = 24.000i$.

(a) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 1? (Hinweis: Machen Sie von den Zahlenangaben Gebrauch, so dass der erwartete Gewinn nur vom Kreditzins r abhängt!)

(b) Wie lautet der erwartete Gewinn der Kapitalnehmer bei Durchführung von Projekt 2?

(c) Berechnen Sie den Zinssatz r_1, bei dem die Kapitalnehmer beginnen, riskant zu investieren.

(d) Berechnen Sie die Rendite $i(r_1)$, die beim Zinssatz aus Aufgabenteil (c) erwirtschaftet wird. Wie hoch ist das Kapitalangebot beim Kreditzins r_1? Wie hoch ist die Kapitalnachfrage?

(e) Skizzieren Sie das Gleichgewicht in einer Grafik mit r an der waagerechten sowie Kapitalangebot und -nachfrage an der senkrechten Achse. In welchem Umfang liegt Kreditrationierung vor? (Beachten Sie: Für Zinsen zwischen r_1 und $r_2 = 4/9$ ist $i(r)$ negativ und damit $S[i(r)] = 0$.)

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Erwartungsnutzen (a) Definieren Sie den Begriff „Risikoaversion“.

(b) Definieren Sie den Begriff „Risikoneutralität“.

(c) Wie hängt die Risikoeinstellung von der Krümmung der Nutzenfunktion $U(c)$ ab? (Hier keine Begründung notwendig.)

(d) Formulieren Sie die Ungleichung, die besagt, dass $U(c)$ bei strikter Konkavität (außer im Tangentialpunkt selbst) unterhalb der Tangente im Punkt $(E(c), U[E(c)])$ liegt.

(e) Formen Sie die Ungleichung aus Aufgabenteil (d) so um, dass erkennbar wird, ob Risikoaversion im Sinne der Antwort zu Aufgabenteil (a) oder Risikoneutralität nach Aufgabenteil (b) vorliegt.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A4: Diamond-Dybvig-Modell Betrachten Sie eine Bank mit $N = 100$ Kunden, von denen jeder über eine Einheit Kapital verfügt. Die Bank kann kurzfristig mit einer Rendite von null investieren und langfristig mit einer Rendite von $R - 1 = 10\%$. Die Rendite bei frühzeitiger Liquidation der langfristigen Anlage ist $L - 1 = -20\%$. Die Kunden sind mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils 1/2 ungeduldig oder geduldig. Die Bank bietet Sichteinlagekontrakte an, die eine Verzinsung von null bei frühem Abheben und Verzinsung $R - 1$ bei spätem Abheben an. Geht sie Pleite, gilt First come, first served.

(a) Wie viel investiert die Bank langfristig, wie viel kurzfristig? Über wie viele Mittel verfügt sie dann in den Zeitpunkten 2 und 3 ohne Liquidation?

(b) Wie hoch sind die Ansprüche an die Bank, wenn die Ungeduldigen früh und die Geduldigen spät abheben? Kann die Bank diese Ansprüche bedienen?

(c) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in Zeitpunkt 2, wenn sie die komplette langfristige Investition frühzeitig liquidiert? Reicht das aus, um alle Kunden bis auf einen zu bedienen?

(d) Stellen Sie die Abhebemöglichkeiten eines geduldigen Anlegers dar, der erwartet, dass alle anderen Geduldigen schon früh abheben? Wie handelt er?

(e) Nennen Sie drei Maßnahmen gegen Bank runs.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A5: Unmöglichkeit von Bubbles (a) Wie lautet die Bedingung, die ein gleichgewichtiger Aktienkurs Q_t bei Risikoneutralität (und positiven Zinsen i und Dividenden D_t) erfüllt?

(b) Beweisen Sie: Wenn F_t ein Gleichgewichtskurs ist und $F_t + B_t$ auch, dann erfüllt B_t die Gleichung $E_t(B_{t+1}) = (1 + i)B_t$.

(c) Zeigen Sie: Wenn $B_t < 0$ ist, gilt mit positiver Wahrscheinlichkeit, dass B_{t+1} noch negativer ist.

(d) Welche Bedingung reicht angesichts von Aufgabenteil (c) aus, um negative Bubbles auszuschließen?

(e) Zeigen Sie: Auch positive Bubbles können nicht entstehen (d.h. aus $B_0 = 0$ folgt $B_1 = 0$).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A6: Grenzen der Arbitrage Eine Aktie zahlt in $t = 1$ eine Dividende $D_1 = 10{,}5$ und danach keine Dividenden mehr. Der sichere Zins ist $i = 5\%$. Es seien $N = 10.000$ Aktien in Umlauf. Noise trader investieren unabhängig vom Kurs $x = 85.000$ in die Aktie.

(a) Wie hoch ist der fundamentale Kurs F der Aktie in $t = 0$? Wie hoch ist die Marktkapitalisierung bei fundamentaler Bewertung?

(b) Wie hoch ist der Kurs Q_0 in Abhängigkeit von den Investitionen y der Arbitrageure?

(c) Welche Aktion der Arbitrageure ist notwendig für eine fundamentale Bewertung der Aktie?

(d) Angenommen, die Arbitrageure haben Kapital $\bar{y} = 10.000$ zur Verfügung. Wie hoch sind y und Q_0 im Gleichgewicht?

(e) Wie hoch sind y und Q_0 im Gleichgewicht, wenn die Arbitrageure stattdessen über Kapital $\bar{y} = 20.000$ verfügen?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: Zwei-Preis-Gleichgewicht Betrachten Sie das Adverse-Selektion-Modell mit zwei Risikoklassen ($j = 1, 2$), die jeweils über Sicherheiten S verfügen und mit Projekten ausgestattet sind, die unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten haben (für Risikoklasse 2 kleiner als für Risikoklasse 1) und im Misserfolgsfall keine sowie im Erwartungswert gleiche Payoffs abwerfen.

(a) Wie lauten die erwarteten Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$ und die erwartete Rückzahlung $E(\pi_j^{KG})$ für einen Kredit an Risikoklasse j?

(b) Ermitteln Sie die Zinssätze r_j, bei denen die beiden Risikoklassen jeweils aufhören, Kapital nachzufragen. Wie lautet die Funktion $E(p_j | r \leq r_j)$? Erklären Sie, wie sie sich ändert, wenn r steigt.

(c) Wie hängt die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG} | r \leq r_j) = E(p_j | r \leq r_j)[(1 + r)B - S] + S$ vom Zins r ab? Wie lautet die Renditefunktion $i(r)$? Erklären Sie den Verlauf von $i(r)$. Argumentieren Sie insbesondere kurz (ohne Rechnungen), warum $i(r)$ das globale Maximum bei r_2 erreicht.

(d) Die Kapitalangebotsfunktion sei $S(i)$. Wie lautet die Bedingung dafür, dass das Angebot groß genug ist, um alle Projekte zu finanzieren, wenn die gesamte Rendite der Projekte an die Kapitalgeber durchgereicht wird?

(e) Welche Bedingung müssen das Kapitalangebot bei r_1 (d.h. $S[i(r_1)]$) und die Kapitalnachfrage erfüllen, damit es zu einem Zwei-Preis-Gleichgewicht kommt? Illustrieren Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.

(f) Erklären Sie mit einem Satz, warum kein Gleichgewicht vorliegt, wenn das gesamte angebotene Kapital zum Zins r_1 vergeben wird (keine „reine“ Kreditrationierung).

(g) Wie ist der Zins $\tilde{r}_1$ definiert? Markieren Sie $\tilde{r}_1$ in der Grafik aus Aufgabenteil (e). Wie hoch ist die Restnachfrage bei $\tilde{r}_1$, wenn die Kreditvergabe bei r_1 durch $\tilde{S}$ gegeben ist? Wie hoch ist das Restangebot? Berechnen Sie den Wert von $\tilde{S}$, bei dem Restnachfrage und Restangebot gleich groß sind.

(h) Erklären Sie stichpunktartig, warum es im Zwei-Preis-Gleichgewicht keinen Gewinn erbringt, entweder mit einem Zins $r < \tilde{r}_1$ außer r_1 oder mit einem Zins $r > \tilde{r}_1$ abzuweichen.

Aufgabe B2: Aktienfinanzierung als Lösung von Problemen asymmetrischer Infomation Betrachten Sie das Modell zur Aktienfinanzierung von Investitionsprojekten bei versteckten Eigenschaften. Kapitalgeber erhalten für die Bereitstellung des Investitionskapitals B einen Anteil s an den Erträgen R des Projekts.

(a) Wie lauten die Gewinne der Kapitalnehmer $E(\pi_j^{KN})$, die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber $E(\pi_j^{KG})$ und die Rendite auf ausgegebenes Kapital?

(b) Stellen Sie den Kapitalmarkt in einer Grafik dar, in der Angebot und Nachfrage über s abgetragen werden. Beschriften Sie die eingezeichneten Kurven. Welche Modellannahme stellt sicher, dass es einen Schnittpunkt von Angebot und Nachfrage gibt?

(c) Wie hoch ist das Investitionsvolumen im Gleichgewicht?

Nun gebe es zwei Risikoklassen $j = 1, 2$. Firmen aus Risikoklasse j haben einen Wert V_j, wobei $V_1 > V_2 > 0$ ist.

(d) Wie lauten die erwarteten Gewinne $E(\pi_j^{KN})$? Einen Anteil s wovon erhalten die Kapitalgeber für die Bereitstellung von B? Wie lautet die Bedingung dafür, dass ein Unternehmen aus Risikoklasse j Investitionskapital nachfragt?

(e) Berechnen Sie aus der Bedingung aus Aufgabenteil (d) die s-Werte, für die Unternehmen aus Klasse j Kapital nachfragen. Erklären Sie, dass adverse Selektion vorliegt.

(f) Wie lauten die erwartete Rückzahlung an die Kapitalgeber und die resultierende Rendite in Abhängigkeit von s?

(g) Zeigen Sie, dass bei s_2 Kapitalüberangebot herrscht. Illustrieren Sie in einer Grafik ein „Lemons-Gleichgewicht“, in dem dennoch nur Risikoklasse 2 mit Kapital versorgt wird. Welche Ungleichung muss dafür erfüllt sein?

Kapitalmarkttheorie SS 2010