Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“ (DPO 2000)

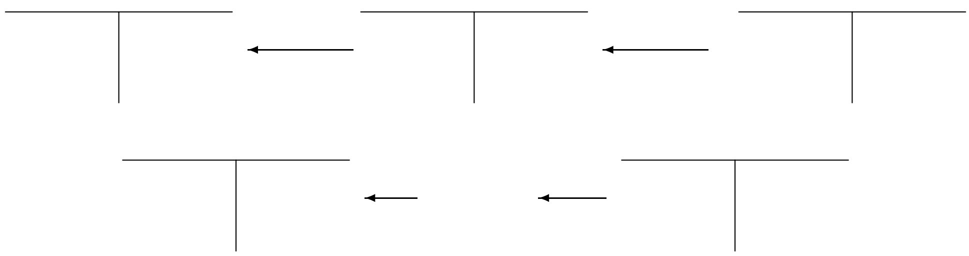
WS 2002/03, 13.2.2003

Prof. Dr. Lutz Arnold

Bearbeiten Sie die acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3! In den Aufgaben A1-A8 sind maximal je 5 Punkte erreichbar. In den Aufgaben B1-B3 sind maximal je 20 Punkte erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

A1: (a) Illustrieren Sie den Unterschied zwischen Finanzsystemen mit und ohne Banken, indem Sie die unten stehenden Abbildungen komplettieren. (b) Nennen Sie drei andere Typen von Finanzintermediären. (c) Nennen Sie die zwei wichtigsten Finanzierungsquellen für Unternehmen.

(a)



(b)

(c)

A2: Betrachten Sie die Tauschökonomie unter Unsicherheit. (a) Wie lauten die Formeln, die die Bedingungen für Pareto-Optimalität angeben? (b) Wie lautet die Budgetrestriktion von Konsument i bei Vorliegen von Terminmärkten? (c) Wie lauten dann die Bedingungen für Nutzenmaximierung? (d) Woran sieht man, dass das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten Pareto-optimal ist? (e) Zeigen Sie anhand der Budgetbeschränkungen

$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x_\theta^i$$

und

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot}(x_{j\theta}^i - e_{j\theta}^i) = x_\theta^i,$$

dass das Marktgleichgewicht mit Arrow Securities Pareto-optimal ist.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

A3: Betrachten Sie nun die Stock market economy. Definieren Sie: $e^i_{j\theta} = \sum_{k=1}^{K} \bar{t}^{ik} y^k_{j\theta}$. (a) Was ändert sich an den Bedingungen für Pareto-Optimalität aus Aufgabe A2? (b) Der Aktienkurs ist: $q^k = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p^{spot}_{j\theta} y^k_{j\theta}$. (b) Zeigen Sie, dass die Budgetbeschränkungen

$$p_0(e^i_0 - x^i_0) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x^i_\theta + \sum_{k=1}^{K} q^k (t^{ik} - \bar{t}^{ik})$$

und

$$\sum_{j=1}^{J} p^{spot}_{j\theta} \left(x^i_{j\theta} - \sum_{k=1}^{K} t^{ik} y^k_{j\theta} \right) = x^i_\theta,$$

die Budgetrestriktion aus Aufgabe A2 ergeben. (c) Was folgt daraus für die Effizienz des Gleichgewichts mit Arrow secturities und Aktienhandel? Geben Sie eine knappe Begründung.

(a)

(b)

(c)

A4: Ein risikoneutraler Investor kann drei Finanzanlagen $i = 1, 2, 3$ mit Nutzen u_i gemäß unten stehender Tabelle nicht a priori unterscheiden. Mit Kosten in Höhe von 5/3 erwischt er jede Anlageformen i mit der angegebenen Wahrscheinlichkeit π_i.

i	1	2	3
u_i	-48	6	12
π_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

(a) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird uninformiert investiert? (b) Wie hoch ist der erwartete Nutzenzuwachs, wenn der Investor trotz einer 2-Anlagemöglichkeit weiter sucht? Wird er weiter suchen? (c) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? Wie hoch ist sein Nutzen abzüglich der erwarteten Suchkosten? Nun fallen die $i = 2$-Anlagen weg. (d) Wie hoch sind jetzt die Wahrscheinlichkeiten, eine 1-Anlage bzw. eine 3-Anlage zu erwischen? (e) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird uninformiert investiert? (f) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? Ist sein Nutzen abzüglich der erwarteten Suchkosten nun größer oder kleiner als mit Anlageform 2?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

A5: (a) Definieren Sie den (unbedingten) Erwartungswert einer kontinuierlichen Zufallsvariablen x mit Verteilungsfunktion $H(x)$. (b) Definieren Sie den bedingten Erwartungswert von x gegeben $x \leq \bar{x}$. Betrachten Sie dann einen Aktienmarkt mit p als Aktienkurs und v als Wert der Firmen, der mit Verteilungsfunktion $H(v)$ in der Gesamtheit der Firmen verteilt ist. (c) Welche Firmen bieten zum Preis p ihre Anteile an? (d) Wie hoch ist der (bedingte) Erwartungswert der angebotenen Aktien? (e) Lohnt es sich für potenzielle Käufer, Aktien nachzufragen? Warum? (f) Wie viel wird folglich im Marktgleichgewicht gehandelt?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

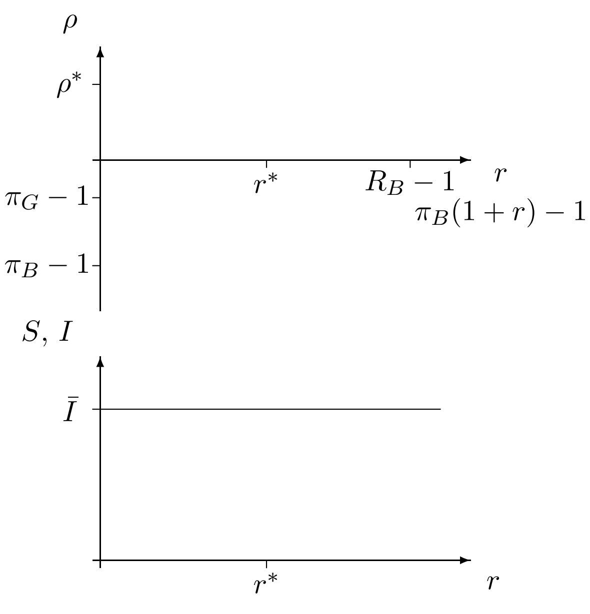
(f)

A6: Betrachten Sie einen Kreditmarkt mit $\bar{I}$ Investoren. Jeder Investor hat ein gutes Projekt, das im Erfolgsfall R_G erbringt und im Misserfolgsfall nichts (mit $\pi_G R_G - 1 > 0$), und ein schlechtes Projekt, das im Erfolgsfall R_B erbringt und im Misserfolgsfall nichts (mit $\pi_B R_B - 1 < 0$, aber $R_B > R_G$). Welches Projekt gewählt wird, ist nicht beobachtbar. Die Sparfunktion der Haushalte lautet $S(\rho, \bar{Y})$ mit $S_\rho > 0$ und $S(0, \bar{Y}) = 0$. (a) Wie lautet die Bedingung dafür, dass die Investoren das gute Projekt wählen? Berechnen Sie hieraus den Zins r^*, unterhalb dessen das gute Projekt gewählt wird. (b) Wie hoch ist die Rendite der Kapitalgeber ρ für $r \leq r^*$ bzw. für $r > r^*$? (c) Komplettieren Sie die Abbildung so, dass ein Kreditmarktgleichgewicht mit Kreditrationierung zu sehen ist.

(a)

(b)

(c)



A7: (a) Welche Implikation hat unser Modell der Stock market economy für den Markt für Unternehmenskontrolle? (b) Welches Problem stellt sich nach Berle und Means dennoch? (c) Welche Rolle schreibt Manne dem Aktienmarkt bei der Lösung dieses Problems zu? (d) Was wenden Grossman und Hart ein? Skizzieren Sie das Grossman-Hart-Argument kurz.

(a)

(b)

(c)

(d)

A8: Betrachten Sie ein Investitionsprojekt, das mit Input 1 den Payoff R^s (> 1) im Erfolgsfall und den Payoff R^f (< 1) im Misserfolgsfall liefert (mit $\pi R^s + (1 - \pi)R^f > 1$). Die Kreditgeber (Banken) verlangen eine Verzinsung von Null auf das eingesetzte Kapital, die Investoren diskontieren zukünftige Gewinne mit Faktor β. Die Kreditgeber können den Payoff nicht beobachten. (a) Warum gibt es keine Investitionen, wenn das Modell nur eine Periode hat? (b) Es gebe nun zwei Perioden. Die Bank macht ein Commitment, bei Bedienung des Kredits in Periode 1 auch in der Folgeperiode einen Kredit auszulegen. Geben Sie die Nullgewinnbedingung für Banken an, und lösen Sie sie nach r auf. (c) Wie hoch ist in Periode 1 der Wert V der Fortführung der Beziehung bis Periode 2 für den Kreditnehmer? (d) Formulieren Sie mit Hilfe dieses Ausdrucks für V die Bedingung, die erfüllt sein muss, damit der Kreditnehmer den Kredit bei Projekterfolg bedient. Lösen Sie diese Ungleichung nach r auf. (e) Sei $R^f = 5/6$, $\pi = 5/6$, $\beta = 9/10$ und $R^s = 3/2$. Wie lauten nun die Nullgewinnbedingung für Banken und die Gleichung für V? Wird der Kredit bei Projekterfolg bedient?

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Aufgabe B1: *Diamond-Dybvig-Modell*

(a) Jeder Anleger besitzt eine Einheit Kapital. Wie sehen die Investitionsmöglichkeiten im Diamond-Dybvig-Modell aus? Setzen Sie dabei $R = 4$ und $L = 0,5$ voraus. Benutzen Sie eine Tabelle zur Erläuterung.

(b) Wie modellieren Diamond und Dybvig Liquiditätsunsicherheit? (Die beiden möglichen Fälle seien wie in der Vorlesung gleich wahrscheinlich.) Die Nutzenfunktion der Anleger sei $u(c) = -2/c$. Wie lautet dann ihr Erwartungsnutzen?

(c) Stellen Sie das Optimierungsproblem auf, das auf die optimale Risikoallokation führt, und lösen sie es. Wie hoch ist die optimale Pro-Kopf-Investition in die langfristige Anlage, I^*? Wie hoch ist der Konsum in $t = 1$ und $t = 2$?

(d) Eine Bank habe 1.500 Kunden. Wie viel muss die Bank insgesamt langfristig investieren, wenn sie strikt im Interesse der Anleger handelt? Wie sehen die Sichteinlagenkontrakte aus, die die Bank ihren Kunden in $t = 0$ anbietet?

(e) Wie viele Mittel besitzt die Bank in $t = 1$ insgesamt, wenn sie nichts von den Langfristanlagen liquidiert? Nehmen Sie an, nur die ungeduldigen Anleger heben ihre Einlagen in $t = 1$ ab. Welche Ansprüche werden dann in $t = 1$ und in $t = 2$ gegen die Bank gestellt? Ist die Situation ein Gleichgewicht? Warum?

(f) Über wie viele Mittel verfügt die Bank in $t = 1$, wenn sie die langfristige Anlage komplett liquidiert? Wie hoch sind die Ansprüche, wenn alle (ungeduldigen und geduldigen) Anleger in $t = 1$ abheben wollen? Ist auch das ein Gleichgewicht? Warum?

(g) Nennen Sie Maßnahmen, mit Hilfe derer im Diamond-Dybvig-Modell Bank runs vermieden werden können.

Aufgabe B2: *Stiglitz-Weiss-Modell*

Betrachten Sie zunächst eine Bank, die eine Rendite i.H.v. $\rho(r) = r - r^2$ erwirtschaftet, wenn sie Kredite zum Zinssatz r $(0 < r < 1)$ vergibt. Die Investitionen, I, hängen vom Kreditzins ab: $I(r) = 4/3 - 4r/3$. Das Einlagenangebot der Sparer beträgt $S(\rho) = 2\rho$.

(a) Bei welchem Zinssatz r^* wird die Rendite der Bank maximal? Wie hoch ist $\rho^* = \rho(r^*)$?

(b) Berechnen Sie das Kreditangebot in Abhängigkeit vom Zinssatz r.

(c) Bei welchem Zins wird der Kreditmarkt geräumt? (Hinweis: Beachten Sie, dass nur Zinssätze $0 < r < 1$ relevant sind.)

(d) Ist die Situation aus Aufgabenteil (c) ein Gleichgewicht? Falls nicht, wie sieht das Marktgleichgewicht aus? Liegt Kreditrationierung vor? Wenn ja, in welchem Ausmaß? Illustrieren Sie Ihre Ergebnisse auch grafisch (nur qualitative Kurvenverläufe).

Betrachten Sie jetzt eine Menge von Firmen. Jede Firma i hat ein Investitionsprojekt mit Erfolgswahrscheinlichkeit π_i. Die Auszahlungen sind R_i im Erfolgsfall und R^f bei Misserfolg. Der erwartete Payoff $\pi_i R_i + (1-\pi_i)R^f \equiv R$ ist für alle Projekte gleich hoch. Jeder Investor braucht K Einheiten Kapital, hat nur W, muss also $B \equiv K - W$ borgen. Die Unternehmer sind risikoneutral, und sie legen ihren Entscheidungen einen Diskontfaktor von β zu Grunde. Die Firmen kennen ihre individuellen Erfolgswahrscheinlichkeiten, die Bank dagegen kennt nur die Verteilungsfunktion $G(\pi_i)$.

(e) Zeigen Sie, dass Firma i dann und nur dann Kapital B nachfragt, wenn

$$\pi_i \leq \frac{R - R^f - \beta^{-1}W}{(1+r)B - R^f} \equiv \pi(r)$$

gilt. Erläutern Sie, inwieweit adverse Selektion vorliegt und warum Erhöhungen des Kreditzinses das Selektionsproblem verschärfen.

(f) Zeigen Sie, dass angesichts von Nullgewinnen im Bankensektor

$$(1+\rho)B = [(1+r)B - R^f]E[\pi_i|\pi_i \leq \pi(r)] + R^f.$$

gilt. Wieso ist im Lichte dieser Gleichung der Fall $\rho'(r) < 0$ denkbar?

Aufgabe B3: *Costly state verification*

Betrachten Sie eine Firma ohne eigenes Kapital, die ein Investitionsprojekt mit Input 1 und unsicherem Ertrag R (Verteilungsfunktion $H(R)$) realisieren kann. Der Kapitalgeber muss γ Einheiten Output aufbringen, um R beobachten zu können (costly state verification). Der optimale Finanzkontrakt zwischen Kapitalgeber und Firma legt eine Rückzahlung von $1+r$ fest, bei der keine Kontrolle erfolgt. Zahlt die Firma $1+r$ nicht, so wird kontrolliert, und der Kapitalgeber erhält $x(R)$.

(a) Wie sehen die jeweiligen Auszahlungen der Firma und des Kapitalgebers unter obigem Finanzkontrakt aus? Benutzen Sie eine Tabelle.

(b) Wann bedient die Firma den Finanzkontrakt ordnungsgemäß? Wann nicht?

Bezeichne die Menge der Payoffs R, bei denen die Firma Konkurs erklärt, mit D und die Menge der anderen Payoffs R mit S.

(c) Wie sieht ein Standard-Schuldvertrag aus? Fertigen Sie auch eine Grafik an.

(d) Welche Gleichung muss gelten, wenn der Kapitalgeber eine Rendite von ρ verlangt?

(e) Wie lautet die erwartete Auszahlung der Firma (Erwartungsnutzen) U?

(f) Addieren Sie die Gleichungen aus den Aufgabenteilen (d) und (e). Erläutern Sie Ihr Ergebnis.

(g) Begründen Sie jetzt, warum der optimale Finanzkontrakt (der U maximiert) ein Standard-Schuldvertrag ist.