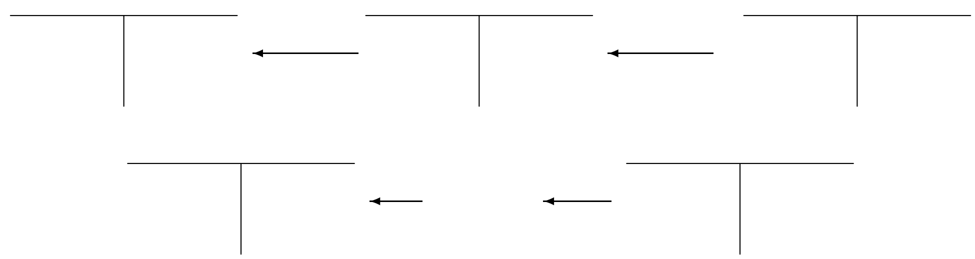
Modulprüfung „Kapitalmarkttheorie“

WS 2001/02, 12.2.2002

Prof. Dr. Lutz Arnold

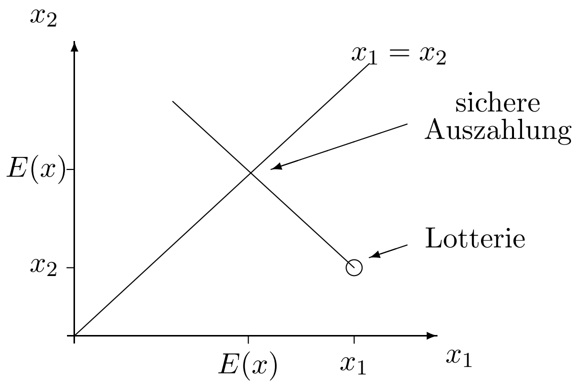
Bearbeiten Sie die acht Aufgaben A1-A8 und zwei der drei Aufgaben B1-B3! In den Aufgaben A1-A8 sind maximal je 5 Punkte erreichbar. In den Aufgaben B1-B3 sind maximal je 20 Punkte erreichbar. Tragen Sie die Lösungen zu den Aufgaben A1-A8 bitte in die Lösungsfelder auf dem Klausurbogen ein. In der Aufgabenstellung nicht explizit definierte Symbole sind aus dem Skript zur Vorlesung übernommen.

A1: Illustrieren Sie den Unterschied zwischen Finanzsystemen mit und ohne Banken (oder andere Finanzintermediäre), indem Sie unten stehende Abbildungen komplettieren.



A2: Definieren Sie die Begriffe „Von-Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion“, „Risikoneutralität“ und „Risikoaversion“.

A3: Illustrieren Sie anhand einer Grafik, warum ein strikt riskoaverser Entscheider einer Lotterie mit Erwartungswert $E(x)$ immer die sichere Auszahlung $E(x)$ vorzieht. Beschriften Sie alle Kurven in Ihrem Diagramm (insbes. die zu den Indifferenzkurven gehörigen (Erwartungs-) Nutzenniveaus).



A4: Betrachten Sie eine Ökonomie mit J Gütern $j = 1, \ldots, J$ und mit Θ möglichen Umweltzuständen $\theta = 1, \ldots, \Theta$. Die Grenzrate der Substitution zwischen Gut j in Zustand θ und Gut j' in Zustand θ' für Konsument i wird mit $MRS^i_{j\theta,j'\theta'}$ $(= \frac{\pi_\theta}{\pi_{\theta'}} \frac{\partial u^i/\partial x^i_{j\theta}}{\partial u^i/\partial x^i_{j'\theta'}})$ bezeichnet. (i) Wie lautet die Bedingung für eine Pareto-optimale (Risiko-) Allokation? (ii) Wie lautet die Bedingung für Nutzenmaximierung, wenn es für jedes Gut j in jedem Zustand θ einen Terminmarkt mit Preis $p_{j\theta}$ gibt und die Haushalte ihren Erwartungsnutzen unter der Nebenbedingung

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}(x^i_{j\theta} - e^i_{j\theta}) = 0$$

maximieren? (iii) Begründen Sie: Das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten ist Pareto-optimal. (iv) Liegt ein vollständiges System von Arrow-Securities mit Preisen p_θ vor, so lauten die relevanten Budgetrestriktionen

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x^i_\theta = 0$$

$$\sum_{j=1}^{J} p^{spot}_{j\theta}(x^i_{j\theta} - e^i_{j\theta}) = x^i_\theta.$$

Zeigen Sie: Passen sich die Preise der Arrow-Securities so an, dass $p_\theta = p_{j\theta}/p_{j\theta}^{spot}$ gilt, so ergibt sich das gleiche Pareto-optimale Marktgleichgewicht wie unter Aufgabenteil (iii).

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

A5: Erklären Sie den Begriff „Random walk“. Unter welchen drei Annahmen folgen Aktienkurse einem Random walk?

A6: Ein risikoneutraler Investor kann drei Finanzanlagen $i = 1, 2, 3$ mit Nutzen u_i gemäß unten stehender Tabelle nicht a priori unterscheiden. Mit Kosten in Höhe von 2 erwischt er jede der drei Anlageformen mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 1/3.

i	1	2	3
u_i	3	-18	12

(i) Wie hoch ist der Nutzen bei uninformiertem Investieren? Wird der Anleger uninformiert investieren? (ii) Wie hoch ist der erwartete Nutzenzuwachs abzüglich der Suchkosten, wenn der Investor trotz einer 1-Anlagemöglichkeit weiter sucht? Wird er weiter suchen? (iii) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage hat? (iv) Wie hoch ist sein Erwartungsnutzen?

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

A7: Weiter mit dem Investor aus A6. Jetzt fallen die 1-Anlagen weg. (i) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen aus uninformiertem Investieren? (ii) Wie oft muss er im Schnitt suchen, bis er eine 3-Anlage findet? (iii) Wie hoch ist der Erwartungsnutzen informierten Investierens? (iv) Was bedeutet das für den Zusammenhang zwischen Anzahl von Wertpapieren und Nutzen der Anleger?

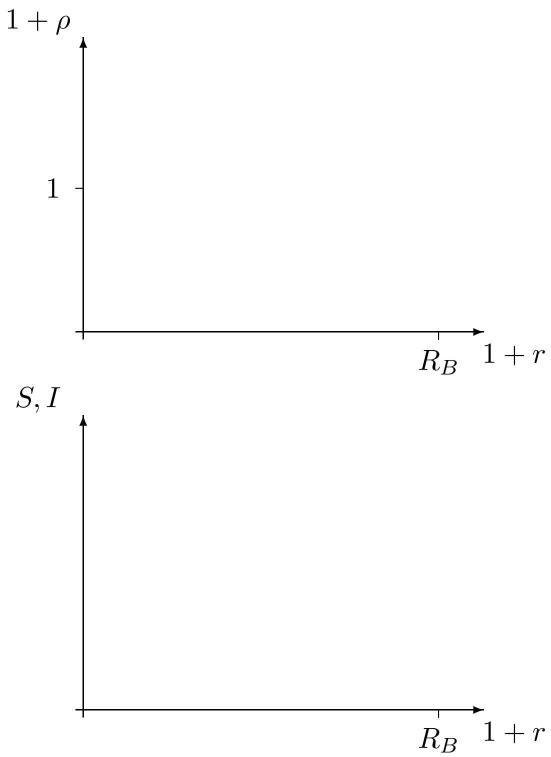
(i)

(ii)

(iii)

(iv)

A8: Betrachten Sie einen Kreditmarkt mit $\bar{I}$ Investoren. Jeder Investor hat ein gutes Projekt, das im Erfolgsfall R_G erbringt und im Misserfolgsfall nichts (mit $\pi_G R_G - 1 > 0$), und ein schlechtes Projekt, das im Erfolgsfall R_B erbringt und im Misserfolgsfall nichts (mit $\pi_B R_B - 1 < 0$, aber $R_B > R_G$). Welches Projekt gewählt wird, ist nicht beobachtbar. Die Sparfunktion der Haushalte lautet $S(1+\rho)$ mit $S'(1+\rho) > 0$ und $S(1) = 0$. Komplettieren Sie die Abbildung so, dass ein Kreditmarktgleichgewicht mit Kreditrationierung zu sehen ist.



Aufgabe B1: *Ponzi-Spiele*

Ein Veranstalter richtet folgendes Ponzi-Spiel aus: Jeder Teilnehmer muss zwei Nachfolger finden;

- Teilnahmegebühr: 100 Euro;
- Provision: 10 Euro für die 2 direkten Nachfolger, die 4 Nachfolger der zweiten Generation und die 8 Nachfolger der dritten Generation.

Das Spiel geht 5 Stufen lang gut, dann bricht es zusammen. Der Veranstalter setzt kein eigenes Kapital ein. Er benutzt die Teilnahmegebühren neuer Teilnehmer, um die Provisionen an deren jeweilige Vorgänger auszuzahlen. Beantworten Sie folgende Fragen, und komplettieren Sie die unten stehende Tabelle.

(a) Wie entwickelt sich die Anzahl von neuen Teilnehmern von Stufe zu Stufe des Spiels? Wieviele Teilnehmer haben am Ende insgesamt an dem Ponzi-Spiel teilgenommen?

(b) Wieviel Gewinn macht der Veranstalter am ersten Teilnehmer? Wieviel an einem Teilnehmer, der auf der zweiten Stufe hinzukommt? Wieviel an einem später hinzukommenden Teilnehmer?

(c) Berechnen Sie in der nächsten Spalte der Tabelle den Gewinn, den der Veranstalter an allen neuen Teilnehmern einer Stufe macht. Wie hoch ist der Gesamtgewinn, den der Veranstalter mit diesem Ponzi-Spiel macht?

(d) Wieviele Nachfolger hat ein Teilnehmer, für den es noch drei Nachfolger-Generationen gibt? Wieviel erhält er folglich an Provisionen? Welche Netto-Gewinn liefert ihm die Teilnahme am Ponzi-Spiel?

(e) Wieviele Nachfolger haben die Teilnehmer der Stufen 3, 4 und 5? Berechnen Sie deren Netto-Gewinn/Verlust aus der Teilnahme am Ponzi-Spiel. Wieviele Spieler haben durch die Teilnahme Verluste gemacht? Hat mehr oder weniger als die Hälfte der Teilnehmer den gesamten Einsatz verloren?

(f) Nennen Sie zwei Beispiele für Ponzi-Spiele aus dem 18. Jahrhundert, die für die Entwicklung der Finanzsysteme in Großbritannien und Frankreich wichtig waren. Warum waren diese Ponzi-Spiele wichtig für die Entwicklung?

Stufe	Anzahl Spieler	Gewinn pro Spieler für Veranstalter	Gewinn für Veranstalter	Nachfolger in den nächsten drei Generationen	Provisionen	Gewinn/ Verlust für Spieler
1	1			14	140	
2						
3					60	
4						
5						

Aufgabe B2: *Diamond-Dybvig-Modell*

(a) Jeder Anleger verfügt über eine Einheit Kapital. Erläutern Sie die Investitionsmöglichkeiten im Diamond-Dybvig-Modell. Gehen Sie dabei von $R = 1,5$ und $L = 0,8$ aus. Benutzen Sie eine Tabelle zur Erläuterung.

(b) Wie wird im Diamond-Dybvig-Modell Liquiditätsunsicherheit modelliert? Die Nutzenfunktion der Anleger sei logarithmisch: $u(c) = \ln c$. Wie lautet dann ihre Erwartungsnutzenfunktion?

(c) Stellen Sie das Maximierungsproblem, das die optimale Kapitalallokation ergibt, auf, und lösen Sie es. Wie hoch sind die optimalen Investitionen I in die langfristige Anlage pro Kopf?

(d) Was ist ein Sichteinlagekontrakt? Betrachten Sie eine Bank mit 100 Anlegern. Wieviel muss die Bank in die langfristige Anlage investieren, und welche Abhebungen c_1 und c_2 muss sie ihren Kunden im Rahmen eines Sichteinlagekontrakts gewähren, um für ihre Anleger eine optimale Liquiditätsversicherung zu leisten?

(e) Über wieviele Mittel verfügt die Bank in $t = 1$, wenn sie nichts von der langfristigen Anlage liquidiert? Welche Ansprüche werden gegen sie gestellt, wenn nur die ungeduldigen Anleger abheben wollen? Erklären Sie, warum weder ein ungeduldiger noch ein einzelner ungeduldiger Anleger einen Anreiz hat, sein Verhalten zu ändern.

(f) Über wieviele Mittel verfügt die Bank in $t = 1$, wenn sie die gesamte langfristige Anlage liquidiert? Welche Ansprüche werden gegen sie gestellt, wenn alle Anleger, die ungeduldigen und die geduldigen, abheben wollen? Ist das auch ein Gleichgewicht?

(g) Welche Maßnahmen wirken im Diamond-Dybvig-Modell zur Vermeidung von Bank runs?

(h) Warum ist das Modell nur für den Fall $L < 1$ interessant?

Aufgabe B3: *Langfristige Beziehungen*

Betrachten Sie ein Investitionsprojekt, das mit Input 1 den Payoff R^s (> 1) im Erfolgsfall und den Payoff R^f (< 1) im Misserfolgsfall liefert (mit $\pi R^s + (1-\pi)R^f > 1$). Die Kreditgeber verlangen eine Verzinsung von Null auf das eingesetzte Kapital, die Investoren diskontieren zukünftige Gewinne mit Rate β (d.h. ihr Diskontfaktor ist $1/(1+\beta)$). Die Kreditgeber können den Payoff nicht beobachten.

(a) Warum gibt es keine Investitionen, wenn das Modell nur eine Periode hat?

(b) Wenn es zwei Perioden gibt und die Kreditgeber ein Commitment eingehen, bei vertragsgemäßer Rückzahlung die Kredite in Periode 1 zu erneuern, wie hoch ist dann der Break-even Zins r für die Banken unter der Annahme, dass die Schuldner im Erfolgsfall vertragsgemäß zurückzahlen?

(c) Wie hoch ist in Periode 1 der Wert V der Fortführung der Geschäftsbeziehung für den Investor? Unter welcher Bedingung zahlt er im Erfolgsfall vertragsgemäß zurück?

(d) Welche Ungleichung muss erfüllt sein, damit sich ein Kreditmarktgleichgewicht mit positiven Investitionen ergibt?

Nun sei der Zeithorizont unbegrenzt. Die Banken machen ein Commitment, Kredite genau so lange zu erneuern, wie die Firmen sie vertragsgemäß bedienen.

(e) Wie hoch ist der Break-even-Zinssatz für die Kreditgeber unter der Annahme, dass die Schuldner im Erfolgsfall vertragsgemäß zurückzahlen?

(f) Zeigen Sie: Der Wert der Fortführung der Geschäftsbeziehung für den Investor ist $V = \frac{\pi}{1+\beta-\pi}[R^s - (1+r)]$. Unter welcher Bedingung zahlt er im Erfolgsfall vertragsgemäß zurück?

(g) Zeigen Sie: Damit sich ein Kreditmarktgleichgewicht mit positiven Investitionen ergibt, muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$(1-\pi)\frac{1-R^f}{\pi} \leq \frac{\pi}{1+\beta}R^s + \left(1 - \frac{\pi}{1+\beta}\right)R^f - 1.$$

Ist dies eine stärkere oder eine schwächere Bedingung als die in Aufgabenteil (d) abgeleitete? Warum?