Kapitalmarkttheorie

Prof. Dr. Lutz Arnold©

Vorbemerkungen

Dieses Skript dient als Vorlage zur Vorlesung „Kapitalmarkttheorie“ an der Universität Regensburg, die immer im Wintersemester stattfindet.

Die Vorlesung vermittelt die theoretischen Grundlagen, die notwendig sind, um das Geschehen auf Kapitalmärkten aus volkswirtschaftlicher Perspektive zu verstehen. Dies ist angesichts der wachsenden Wichtigkeit und Komplexität der Kapitalmärkte nicht nur für Volkswirte von Bedeutung, sondern insbesondere auch für Kaufleute.

Der abgehandelte Stoff ist theoretisch teils anspruchsvoll. Aber es wird nicht „l'art pour l'art“ praktiziert. Die Theorien, die behandelt werden, sind für das Verständnis der Funktionsweise von Kapitalmärkten zentral. Es sind die Theorien, die beispielsweise in der Finance-and-Economics-Sparte des *Economist* zitiert werden. Es gilt die Devise, dass alles *so einfach wie möglich, aber so schwierig wie nötig* präsentiert wird. Zur Motivation der Theorien folge ich dem Aufbau der Monographie *Comparing Financial Systems* von Franklin Allen und Douglas Gale (MIT Press, 2000). Die Teile der Vorlesung, die sich mit unvollkommenen Kapitalmärkten befassen, entnehme ich meinem Makro-Text: Lutz Arnold, *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte* (Mohr Siebeck, 2003). Stets liegt die Frage zugrunde, *welche Vor- und Nachteile eines bankenbasiertes Finanzsystem wie das deutsche gegenüber einem marktbasierten wie dem US-amerikanischen hat.* Ferner wird der theoretische Stoff durch ständige Inbezugsetzung zu empirischen Phänomenen und statistischen Studien motiviert.

Die Vorlesung und das Skript blenden alle Probleme aus, die sich aus der internationalen Verflechtung von Finanzmärkten ergeben. Internationale Kapitalmärkte und Devisenmärkte sind der Gegenstand der sich anschließenden Vorlesung „International Finance“ im Sommersemester. Die vorgenommene Zweiteilung in nationale und internationale Aspekte erscheint aus didaktischen Aspekten geboten.

L.A.

Inhaltsverzeichnis

Teil I

Einleitung

Kapitel 1

Finanzsysteme im internationalen Vergleich

1.1 Funktion von Kapitalmärkten

Auf Kapitalmärkten werden Ansprüche auf Zahlungen (Finanzkapital) gehandelt. Dies geschieht in vielfältigen Formen wie z.B.:

- Krediten: Eine Bank erwirbt den Anspruch auf die fest verzinste Rückzahlung eines ausgegebenen Betrags zu einem fest vereinbarten Zeitpunkt vom Kreditnehmer.
- Girokonten: Ein Bankkunde erwirbt den Anspruch auf die Abhebung eingezahlten Geldes zu einem beliebigen von ihm gewählten Zeitpunkt.
- Staatsanleihen: Der Käufer erwirbt den Anspruch auf die Rückzahlung des Nennwerts zu einem fest vereinbarten Zeitpunkt vom Staat.
- Corporate Bonds: Der Käufer erwirbt den Anspruch auf die Rückzahlung des Nennwerts zu einem fest vereinbarten Zeitpunkt vom emittierenden Unternehmen. Bei unsicheren Emittenten spricht man von „junk bonds“.

- Aktien: Der Käufer erwirbt (Eigentum am Unternehmen und) Ansprüche auf zukünftige Dividendenzahlungen von einem Unternehmen.

- Aktienfonds: Der Käufer erwirbt (Eigentum und) Ansprüche auf zukünftige Dividendenzahlungen von einem Pool von Unternehmen.

- Swaps: Die Vertragsparteien tauschen zwei Zahlungsreihen gegeneinander, z.B. feste Zinszahlungen gegen variable.

- Versicherungskontrakten: Der Käufer erwirbt im Gegenzug für eine regelmäßige Prämienzahlung den Anspruch auf die Auszahlung der Versicherungssumme in einem festgelegten Schadensfall.

- Optionen: Der Käufer erwirbt das Recht, zu einem vereinbarten Zeitpunkt oder in einem vereinbarten Zeitraum, ein Wertpapier (z.B. einen Aktienfonds) zu einem fest vereinbarten Preis zu kaufen (call option) oder zu verkaufen (put option).

- Leerverkäufen: Man leiht sich eine Aktie, verkauft sie und legt das erlöste Geld anderweitig an. Am Ende der Leihfrist löst man die Anlage auf, kauft die Aktie und gibt sie dem Verleiher zurück. So macht man einen Gewinn, wenn der Kurs der Aktie in der Zwischenzeit fällt.

Die Ersparnisse der Kapitalüberschusseinheiten, typischerweise Haushalte, werden an die Kapitaldefiziteinheiten, typischerweise Investoren (aber auch Haushalte und Staat), vermittelt. Das Funktionieren der Kapitalmärkte ist daher von entscheidender Bedeutung für volkswirtschaftliche Effizienz:

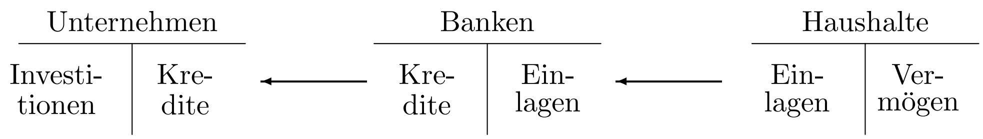
- Die Finanzmärkte regeln die *Risikoteilung* zwischen den Haushalten.

- Sie sichern den Unternehmen ihre *externe Finanzierung* ihrer Investitionen.

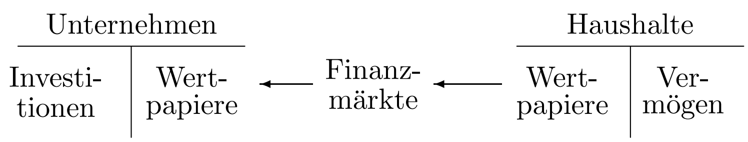
1.2 Typen von Finanzsystemen

Man beobachtet zwei Typen von Finanzsystemen:

- Das „deutsche Modell“: Große Universalbanken sammeln das Kapital der Haushalte und vergeben Kredite an die Unternehmen. Die Haushalte legen wenig Kapital in anderen Anlageformen an.



- Das „US- oder angelsächsische Modell“: Die Banken sind kleiner und unwichtiger. Haushalte halten ihr Kapital in verschiedenen Anlageformen, Firmen nutzen Finanzmärkte zur Finanzierung.



In beiden Systemen ist bei der Unternehmensfinanzierung die bei weitem wichtigste Quelle Innenfinanzierung (Gewinneinbehaltungen). Aktienemissionen sind als Finanzierungsinstrument wenig bedeutend.

	BSB/BSP	AMK/BSP[a]
D	152%	24%
USA	53%	82%

[a]BSB = Bilanzsumme der Banken, BSP = Bruttosozialprodukt, AMK = Aktienmarktkapitalisierung. Jeweils in 1993.

	EG	KA	WPE	AE[a]
D	55%	21%	1%	2%
USA	67%	23%	10%	1%

[a]EG = einbehaltene Gewinne, KA = Kreditaufnahme, WPE = Wertpapieremission, AE = Aktienemission. Jeweils 1970-1985. Differenz zu 100%: sonstiges.

Banken sind nicht die einzigen Finanzintermediäre. Dazu zählen beispielsweise auch

- Pensionsfonds, die in den USA wegen niedriger staatlicher Renten wichtig sind, in Deutschland wegen hoher staatlicher Renten nicht,
- Versicherungsgesellschaften, die in Deutschland eine größere Bedeutung haben als in den USA, und
- Mutual funds und Aktienfonds, die in den USA über hohe Vermögen verfügen, in Deutschland noch nicht. Aktienfonds werden aber auch in Deutschland zunehmend populär.

	direkt gehalten	Pensions-fonds	Versiche-rungen	Mutual-Funds[a]
D	67%	4%	20%	5%
USA	58%	17%	13%	10%

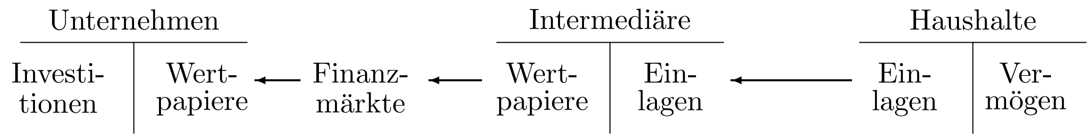
[a]Anteile am gesamten Finanzvermögen in 1994.

1.3 Ein neues Paradigma

Die Trennung zwischen den Systemen verschwimmt in dreierlei Hinsicht.

Erstens werden Aktien und andere Wertpapiere angesichts der zunehmenden Komplexität der Finanzmärkte vermehrt nicht direkt gehalten, sondern von Finanzintermediären. D.h.: Während die

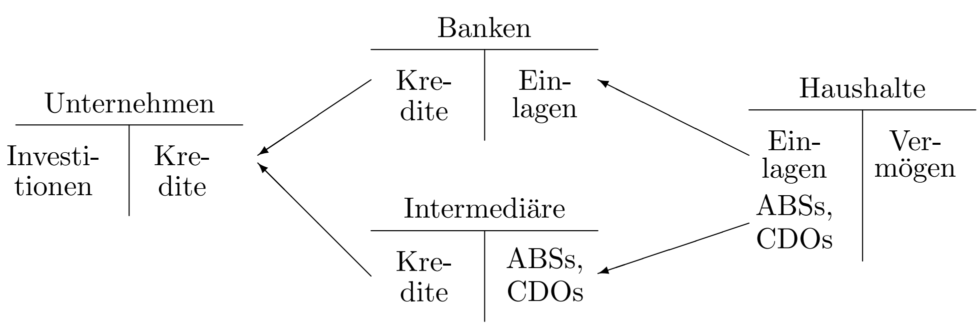
Anleger weiterhin ihr Vermögen bei Intermediären anlegen, finanzieren sich Unternehmen auf dem Finanzmarkt. In den USA beispielsweise sank der Anteil des Aktienvermögens, der direkt von Haushalten gehalten wird, zwischen 1967 und 1995 von über 75% auf rund 50%. (S. Allen und Gale (2000), Kapitel 3 und Abschnitt 15.1.)



Zweitens „verbriefen“ („securitize“) Banken in großem Umfang Kredite. D.h.: Kredite werden in handelbare Wertpapiere umgeformt und verkauft, so dass sie aus der Bankenbilanz verschwinden. Wichtige Besispiele sind:

- „Asset-backed securities (ABSs)“. Hierbei werden Hypothekenkredite, andere Kredite, Kreditkartenforderungen oder auch Bonds einzeln oder gebündelt an andere Finanzintermediäre (vor allem Versicherungen) oder an eigens geschaffene SPVs (special purpose vehicles) verkauft. Die SPVs geben dann Wertpapiere aus, für die die verbrieften Kredite als Sicherheiten dienen.

- „Collateralized debt obligations (CDOs)“. Dies funktioniert analog, ohne dass allerdings die verbrieften Forderungen genauso homogen sind (Hypothekenkredite, Kreditkartenforderungen, etc.). Außerdem werden die Ansprüche üblicherweise in Tranchen unterteilt – senior, mezzanine, equity –, die bei Zahlungsausfällen in dieser Reihenfolge bedient werden.

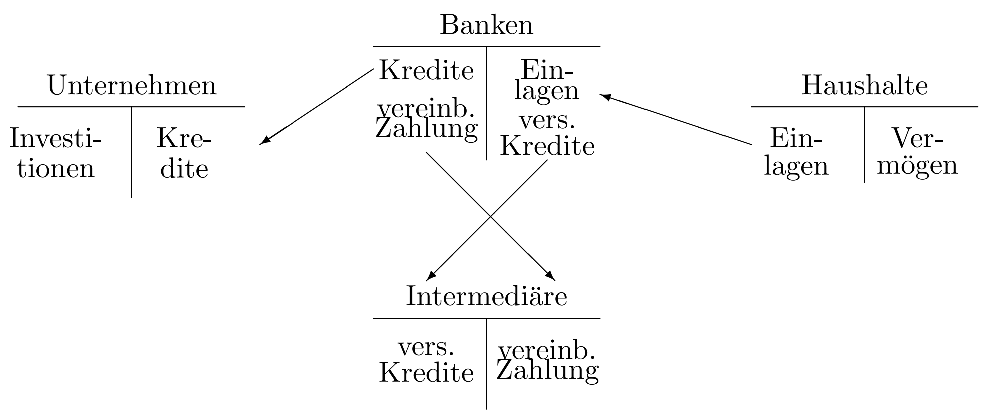


Drittens werden Kreditrisiken mit Kreditderivaten (credit derivatives, CDs) abgesichert. Das hat ähn-

ABSs und CDs

Das Volumen an ABSs wuchs zwischen 1991 und 2003 in den USA von ca. \$300 Mrd. auf ca.\$2.400 Mrd. und in Europa umgerechnet von sehr niedrigem Niveau auf ca. \$480 Mrd. Insbesondere deutsche Banken reduzierten durch Verbriefung ihre ausstehenden Kredite sprunghaft, die Deutsche Bank laut *Economist* vom 16. August 2003 zwischen 2000 und 2003 in zweieinhalb Jahren von €281 Mrd. auf €165 Mrd. Das Volumen von Krediten, die durch CDs abgesichert waren, betrug 2003 global ca. \$2.000 Mrd., gegenüber ca. null bis 1997. S. BIS (2003, Kap. VII) und Krahnen (2005).

liche Konsequenzen wie die Verbriefung: Im Prinzip werden die riskanten versicherten Kredite auf der Passivseite der Bankenbilanz und der Aktivseite der Bilanz der Käufer verbucht, womit sie im Effekt aus der Bankenbilanz verschwinden. Im Gegenzug gelangen die sicheren Zahlungen, die vereinbart werden, auf die Aktivseite der Bankenbilanzen und auf die Passivseite der Bilanz des Versicherungsverkäufers.



1.4 Ausblick

In den zuletzt skizzierten Entwicklungen spiegelt sich wider, dass

- Finanzmärkte gut geeignet sind, um die *Risikoteilung* zwischen den Haushalten zu steuern (die erste Hauptfunktion von Finanzmärkten, s. Abschnitt 1.1), während

- Banken und andere Finanzintermediäre gut geeignet für die *externe Unternehmensfinanzierung* sind (die zweite Hauptfunktion von Finanzmärkten, s. Abschnitt 1.1).

Der erste Punkt wird in Teil II der Vorlesung („Die Vorzüge von Finanzmärkten") herausgearbeitet, der zweite in Teil III („Die Vorzüge von Banken").

Literatur

Allen, Franklin und Douglas Gale (2000), *Comparing Financial Systems*, MIT Press.

BIS (2003), „73rd Annual Report", *Bank for International Settlements*, Basel, Download unter: http://www.bis.org/publ/ar2003e.htm

Krahnen, Jan-Pieter (2005), „Der Handel von Kreditrisiken: Eine neue Dimension des Kapitalmarkts", *Perspektiven der Wirtschaftspolitik* 6, 499-519.

Kapitel 2

Historische Entwicklung von Finanzsystemen

2.1 Einleitung

In diesem Kapitel untersuchen wir die Ursprünge der beiden Typen von Finanzsystemen. Wir werden sehen, dass die Entwicklung eines Finanzsystems das Ergebnis einer evolutionären Entwicklung unter dem Einfluss politischer Eingriffe ist. Das angelsächsische marktbasierte Modell einerseits und das bankenbasierte deutsche System andererseits gehen bis auf divergierende Entwicklungen infolge von Finanzkrisen in Großbritannien und Frankreich im 18. Jahrhundert zurück. Die Darstellung folgt Allen und Gale (2000, Kap. 2).

2.2 Erste Finanzkrisen und deren Folgen

Finanzkrisen, Spekulation und Betrug sind in der Geschichte von Finanzmärkten tief verwurzelt. An der Amsterdamer Börse spielte sich 1636-1637 eine gewaltige Spekulation mit Tulpenzwiebeln („Tulipmania“) ab (s. Kasten). Anfang des 18. Jahrhunderts gab es zwei spektakuläre Fälle von

Frühe Finanzkrisen

S. Arnold (2003), Kasten VIII.4, S.282. S. auch Garber (1989), Valentine (1998) und Bhattacharya (1999).

Bubbles und Betrug:

- 1719-20 die Mississippi Bubble in Frankreich und
- 1720 South Sea Bubble in Großbritannien.

Diese beiden Krisen waren jeweils eine Mischung von einem Ponzi-Spiel und einer Bubble (zu Ponzi-Spielen s. Arnold, 2003, Abschnitt VIII.5, S. 284 ff., für weitere Beispiele Kasten VIII.7, S. 289): Die Inhaber der Gesellschaft gaben Anteilsscheine aus, die hohe Dividenden versprachen, die nicht aus dem Geschäftsbetrieb erwirtschaftet werden konnten. Frühe Anleger wurden dennoch vereinbarungsgemäß bedient, und zwar, indem die Einlagen neuer Anleger dazu verwendet wurden (Ponzi-Spiel). Die Zahlung der hohen Dividenden an die frühen Anleger ließ die Anteile als eine sehr lukrative Anlage erscheinen, was den Preis der Anteile in die Höhe schießen ließ (Bubble). Die Bubble platzte, als sich erwies, dass die gezahlten Renditen nicht erwirtschaftet, sondern im Rahmen eines Ponzi-Spiels organisiert wurden. (John Law, der Inhaber der Mississippi Company war zwischenzeitlich die „Übernahme des Staates Frankreich“ geglückt, s. Arnold, 2003, Kasten IV.12, S. 113.)

Die Finanzkrisen in Frankreich und Großbritannien um 1720 gaben Anlass zur Regulierung von Finanzmärkten:

- In Frankreich wurde die Pariser Börse gegründet und mit der Kontrolle des Finanzmarkts betraut.
- In Großbritannien wurde 1720 der Bubble Act verabschiedet, der eine königliche Genehmigung zur Eröffnung von Aktiengesellschaften voraussetzte.

Der Scheidepunkt der Entwicklung liegt darin,

- dass in Großbritannien 1824 der Bubble Act aufgehoben wurde und sich die London Stock Exchange rasch entwickelte,
- während in Frankreich die Regulierungen bestehen blieben und die Finanzmärkte sich nicht entwickelten.

Spiegelbildlich

- engagierten sich britische Banken nicht in der längerfristigen Unternehmensfinanzierung, auch wegen bis 1866 anhaltender Paniken (zuletzt die Krise von Overend, Gurney and Company),
- während in Frankreich 1852 die Crédit Mobilier gegründet wurde, die als Archetyp der modernen Geschäftsbanken gilt.

Diese Entwicklungen waren maßgeblich, weil zu der Zeit die Finanzsektoren stark wuchsen, da für den Eisenbahnbau viel Kapital benötigt wurde.

2.3 Das „deutsche Modell“ und das „US-Modell“

Die Finanzsysteme von Großbritannien und Frankreich waren maßgeblich für die der USA und Deutschlands.

- Das US-Finanzsystem wurde durch das britische Vorbild geprägt. Hinzu kam eine weit verbreitetet Abneigung gegen zentralisierte Macht, die zur Abschaffung zweier (Vorläufer von) Zentralbanken in 1811 und 1837 sowie zum Verbot von bundesstaatsübergreifenden Banken durch den McFadden Act von 1927 und den Bank Holding Company Act 1956 sowie von Universalbanken (d.h. Banken, die sowohl investment banking als auch das Einlagengeschäft betreiben) durch den Glass-Steagall Act von 1933 führte. Erst seit 1995 ermöglicht der Riegle-Neal Act von 1994

„interstate banking“, und erst seit 2000 erlaubt der Gramm-Leach-Bliley Act von 1999 die Verbindung von „investment banking“ und „commercial banking“. So litt das Bankensystem unter Paniken, während die Finanzmärkte sich entwickelten.

- In Deutschland wurden in zwei Wellen 1850-57 und 1866-73 nach dem Vorbild von Crédit Mobilier die großen Geschäftsbanken (Dresdner, Deutsche, Commerzbank) gegründet, die sich zu den Pfeilern des Hausbankensystems entwickelten, das auch von der amerikanischen Besatzungsmacht nach dem 2. Weltkrieg nicht nachhaltig zerschlagen werden konnte. Finanzmärkte gediehen nicht, auch weil die großen Firmen nicht börsennotiert waren, sondern sich im Besitz wohlhabender Familien befanden. Erst seit 1990 existiert die Deutsche Terminbörse, an der Derivate gehandelt werden.

2.4 Folgerungen

Weil sich ein Finanzsystem evolutionär herausbildet und nicht optimierend gewählt wird, stellt sich die Frage, in welcherlei Hinsicht das eine oder andere System Vorteile bietet oder ob die Tendenz hin zum Marktsystem eindeutig positiv zu bewerten ist.

Literatur

Allen, Franklin und Douglas Gale (2000), *Comparing Financial Systems*, MIT Press.

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Bhattacharya, Uptal (1999) „On the Possibility of Ponzi Schemes in Transition Economies“, www.worldbank.org/html/prddr/trans/janfeb00/pgs24-26.htm

Garber, Peter M. (1989), „Tulipmania“, *Journal of Political Economy* 97, 535-60.

Valentine, Debra (1998), „Pyramid Schemes“, www.ftc.gov/speeches/other/dvimf16.htm

Kapitel 3

Unsicherheit und Erwartungsnutzen

3.1 Kapitalwert

Bezeichne r_t die Verzinsung, die man in t auf Anlagen im Zeitpunkt $t-1$ erhält. Dann sind €x in $t = 0$ genauso viel wert wie €$x(1+r_1)$ in einem Jahr und wie $x\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)$ in t Jahren. Im Umkehrschluss bedeutet das, dass €x in einem Jahr nur €$x/(1+r_1)$ heute wert sind. Und Der Barwert in bezug im Zeitpunkt 0 von €x in t ist $x/\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)$ oder $x/(1+r)^t$ bei konstantem Zins r.

Betrachte nun eine Zahlungsreihe x_t. Bezeichne den Wert der Zahlungsreihe aus Sicht von $t = 0$ als Kapitalwert v. Wie hoch ist v? Der Barwert der Einzahlung x_t in t ist $x_t/\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)$. Der Kapitalwert der Zahlungsreihe entspricht der Summe der Barwerte der Einzahlungen:

Theorem: *Der Kapitalwert einer Zahlungsreihe x_t ist*

$$v \equiv \sum_{t=1}^{\infty} \frac{x_t}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)}.$$

Oder $v \equiv \sum_{t=1}^{\infty} x_t/(1+r)^t$ bei konstantem Zins r. Ist darüber hinaus auch $x_t \equiv x$ für immer konstant, so spricht man von einer ewigen Rente. Der Kapitalwert einer ewigen Rente ist $v \equiv \sum_{t=1}^{\infty} x/(1+r)^t$. Gemäß der Formel für eine geometrische Reihe ($\sum_{t=0}^{\infty} a^t = 1/(1-a)$ für $0 < a < 1$) ist $\sum_{t=0}^{\infty} 1/(1+r)^t =$

$(1+r)/r$. Also ist $v = x[\sum_{t=0}^{\infty} 1/(1+r)^t - 1] = x/r$.

3.2 Unsicherheit und Zufallsvariablen

Unsicherheit bedeutet, dass verschiedene mögliche Umweltzustände mit vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten eintreten. Im einfacheren Fall (den wir in den Kapiteln 4-6 ausführlich verwenden) ist die Anzahl von Umweltzuständen $\theta = 1, 2, \ldots, \Theta$ abzählbar. Die Wahrscheinlichkeiten π_θ für die einzelnen Umweltzustände müssen zwei Konsistenzforderungen erfüllen:

- $\pi_\theta \geq 0$ für alle $\theta = 1, 2, \ldots, \Theta$.
- $\sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta = 1$.

Zufallsvariablen nehmen verschiedene Ausprägungen mit vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten an. Im Fall einer abzählbaren Menge von Umweltzuständen spricht man von einer *diskreten Zufallsvariablen*. Die Ausprägung einer diskreten Zufallsvariablen x in Zustand θ wird mit x_θ bezeichnet. Der *Erwartungswert* einer diskreten Zufallsvariablen ist:

$$E(x) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta x_\theta.$$

Kontinuierliche Zufallsvariablen x werden mit Hilfe der Verteilungsfunktion $H(x)$ beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit W'keit$(x \leq \bar{x})$ ist $H(\bar{x})$. Eine konsistente Modellierung der Wahrscheinlichkeiten verlangt:

- $H(x)$ verläuft nicht fallend,
- $H(-\infty) = 0$ und
- $H(\infty) = 1$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass x in ein Intervall $[x, x+dx]$ fällt, ist $H(x+dx) - H(x)$. Analog zum Fall einer diskreten Zufallsvariablen erhält man den Erwartungswert von x wie folgt: Gewichte die durchschnittlichen Ausprägungen $x + dx/2$ mit diesen Wahrscheinlichkeiten $H(x + dx) - H(x)$ und summiere (integriere) über alle Ausprägungen: $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty}(x+dx/2)[H(x+dx)-H(x)]$. Damit diese „Berechnung" exakt ist, müssen allerdindings die Intervalle klein sein, d.h. $dx \to 0$.

- Dann geht $x + dx/2 \to x$.
- H sei differenzierbar, so dass $h(x) \equiv H'(x)$ (die Dichtefunktion) existiert. Gemäß der Definition der Ableitung $h(x) = \lim_{dx\to 0}[H(x + dx) - H(x)]/dx$ folgt $H(x + dx) - H(x) \to h(x)dx$.

Es folgt:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, h(x)\, dx.$$

In der Portfolioplanung werden häufig auch die Varianz $\sigma_x^2 \equiv E[x - E(x)]^2$ und die Kovarianz zweier Zufallsvariablen x_1 und x_2 $\sigma_{1\,2} \equiv E\{[x_1 - E(x_1)][x_2 - E(x_2)]\}$ verwendet (diese Definition gelten sowohl für diskrete als auch für kontinuierliche Zufallsvariablen), in dieser Vorlesung aber nur selten (s. Abschnitt 6.4).

3.3 Risikoaversion und Risikoneutralität

Sei:

$$x = \begin{cases} x_1; & \text{W'keit } \pi_1 \\ x_2; & \text{W'keit } \pi_2 \end{cases}$$

($\pi_1 + \pi_2 = 1$). Die Nutzenfunktion $u(x)$ bewertet die möglichen Ausprägungen von x. u steigt und ist konkav ($u'(x) > 0 \geq u''(x)$). Die Erwartungsnutzenfunktion (Von-Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion) lautet:

$$E[u(x)] = \pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2).$$

Das betrachtete Individuum heißt *risikoneutral*, wenn es indifferent ist zwischen $E(x)$ und der Lotterie x, d.h., wenn

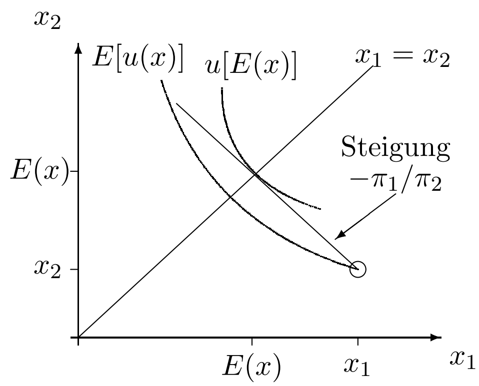
$$u[E(x)] = E[u(x)]$$

gilt. Es heißt *risikoavers*, wenn es die sichere Auszahlung $E(x)$ der Lotterie vorzieht, d.h., wenn

$$u[E(x)] > E[u(x)]$$

gilt.

Theorem: *Bei strenger Konkavität von u ($u''(x) < 0$) liegt Risikoaversion vor, bei Linearität von u ($u''(x) = 0$) Risikoneutralität.*



Beweis: Zeichne eine Gerade mit Steigung $-\pi_1/\pi_2$ durch den Punkt $(E(x), E(x))$. Auf dieser Geraden liegen alle Lotterien (x_1, x_2) mit Erwartungswert $E(x)$: $E(x) = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2$. Die (absolute) Steigung von Indifferenzkurven ist:

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\pi_1}{\pi_2}\frac{u'(x_1)}{u'(x_2)}.$$

Sei zunächst u streng konkav ($u''(x) < 0$). Dann sind die Indifferenzkurven streng konvex:

$$x_1 \uparrow, x_2 \downarrow \Rightarrow u'(x_1) \downarrow, u'(x_2) \uparrow \Rightarrow -\frac{dx_2}{dx_1} \downarrow .$$

Die Gerade durch $(E(x), E(x))$ wird in $(E(x), E(x))$ von einer Indifferenzkurve tangiert, denn $-dx_2/dx_1 = \pi_1/\pi_2$ für $x_1 = x_2$. Diese Indifferenzkurve liegt oberhalb derer durch den Punkt (x_1, x_2). Folglich ist $u[E(x)] > E[u(x)]$. Ist u dagegen linear ($u'(x_1) = u'(x_2)$), so sind auch die Indifferenzkurven linear:

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\pi_1}{\pi_2}.$$

Dann fällt die Gerade durch $(E(x), E(x))$ mit einer Indifferenzkurve ineinander, und es gilt $u[E(x)] = E[u(x)]$.

Der Beweis lässt sich – anstatt grafisch – auch leicht mathematisch führen und dabei auf mehr als zwei Umweltzustände verallgemeinern. Strikte Konkavität von u bedeutet

$$u(x) < u(\bar{x}) + u'(\bar{x})(x - \bar{x})$$

für alle $\bar{x}$ und für alle $x \neq \bar{x}$, d.h. insbesondere für $\bar{x} = E(x)$:

$$u(x) < u[E(x)] + u'[E(x)][x - E(x)].$$

Erwartungswertbilden liefert

$$E[u(x)] < \underbrace{E\{u[E(x)]\}}_{=u[E(x)]} + u'[E(x)] \underbrace{E[x - E(x)]}_{=0},$$

also

$$E[u(x)] < u[E(x)].$$

Bei $u' = 0$ sind alle $<$ durch $=$ zu ersetzen, und es ergibt sich die Definition von Risikoneutralität.

Die Umkehrung gilt auch: Risikoaversion impliziert $u''(x) < 0$, Risikoneutralität impliziert $u''(x) = 0$.

Wir unterstellen in unserer Analyse meist, dass die Individuen risikoaverse Erwartungsnutzenmaximierer sind. Das klingt plausibel, ist aber bei näherem Hinsehen – wie die Behavioral Finance herausstellt – kritischer, als man zuerst denkt (s. Kasten).

3.4 Zufallsvariablen im Zeitablauf

Wenn eine Zufallsvariable in einem dynamischen Modell zu mehreren Zeitpunkten eine Rolle spielt, muss man zusätzlich zu den Annahmen an die Verteilung in einem gegebenen Zeitpunkt Annahmen über die Verteilung im Zeitablauf machen. Man sagt, eine Zufallsvariable ist im Zeitablauf *unabhängig verteilt*, wenn die Realisierungen zu verschiedenen Zeitpunkten statistisch unabhängig voneinander

Maximieren Individuen Erwartungsnutzen?

Befragungen und Experimente ergeben, dass Menschen Schwierigkeiten bei der Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten haben. Darüber hinaus entscheiden sie sich manchmal für strikt suboptimale Handlungsalternativen. Das spricht gegen die Hypothese, dass Individuen Erwartungsnutzen maximieren (s. Arnold, 2003, Kasten VIII.8, S. 291).

Darüber hinaus ist auch die Annahme von Risikoaversion viel kritischer, als man zunächst vermuten mag. Rabin und Thaler (2001) illustrieren das anhand eines Beispiels. Für einen streng risikoaversen Anleger, der bei jedem Vermögen x eine 50:50-Wette mit €55 Gewinn oder €45 Verlust ablehnt, gilt: Steigt das Vermögen x um €100, dann sinkt der Wert des nächsten Euros auf 82%, „alles Geld der Welt" ist dem Individuum nur 4,5-mal so viel wert wie die letzten €100 seines Vermögens, er würde bei einer 50:50-Wette nie €450 aufs Spiel setzen.

sind (d.h. durch jeweils „eigene" Verteilungsfunktionen beschrieben werden können). Man sagt, eine Zufallsvariable ist im Zeitablauf *identisch verteilt*, wenn die Verteilungsfunktion immer die gleiche ist. Ist eine Zufallsvariable unabhängig und identisch verteilt (independently and identically distributed), so spricht man von einer i.i.d. Zufallsvariablen.

Zwei Typen von Verteilungen sind für unsere Zwecke wichtig.

- Eine Zufallsvariable ϵ_t heißt white noise (weißes Rauschen), wenn sie i.i.d. verteilt mit Erwartungswert Null ist.

- Eine Zufallsvariable ε_t folgt einem Zufallspfad (random walk), wenn ihre Änderung im Zeitablauf white noise ist, d.h. wenn $\epsilon_{t+1} \equiv \Delta\varepsilon_{t+1} \equiv \varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t$ white noise ist.

Anhang: Konstante Risikoaversion

Konstante absolute Risikoaversion (KARA): Wird Lotterie x Lotterie y vorgezogen, dann wird auch

Lotterie $x+t$ Lotterie $y+t$ vorgezogen. D.h.:

$$\begin{aligned}\pi_x u(x_1) + (1-\pi_x)u(x_2) &\geq \pi_y u(y_1) + (1-\pi_y)u(y_2) \\ \Leftrightarrow \pi_x u(x_1+t) + (1-\pi_x)u(x_2+t) &\geq \pi_y u(y_1+t) + (1-\pi_y)u(y_2+t).\end{aligned}$$

Konstante relative Risikoaversion (KRRA): Wird Lotterie x Lotterie y vorgezogen, dann wird auch Lotterie tx Lotterie ty vorgezogen. D.h.:

$$\begin{aligned}\pi_x u(x_1) + (1-\pi_x)u(x_2) &\geq \pi_y u(y_1) + (1-\pi_y)u(y_2) \\ \Leftrightarrow \pi_x u(tx_1) + (1-\pi_x)u(tx_2) &\geq \pi_y u(ty_1) + (1-\pi_y)u(ty_2).\end{aligned}$$

Theorem: *Lautet die Nutzenfunktion*

$$u(x) = -e^{-\rho x}, \quad \rho > 0,$$

so liegt KARA vor. Lautet die Nutzenfunktion

$$u(x) = \frac{x^\alpha}{\alpha},$$

so liegt KRRA vor.

Beweis: Mit $u(x) = -e^{-\rho x}$ gilt:

$$\begin{aligned}\pi_x u(x_1) + (1-\pi_x)u(x_2) &\geq \pi_y u(y_1) + (1-\pi_y)u(y_2) \\ -\pi_x e^{-\rho x_1} - (1-\pi_x)e^{-\rho x_2} &\geq -\pi_y e^{-\rho y_1} - (1-\pi_y)e^{-\rho y_2} \\ e^{-\rho t}\left[-\pi_x e^{-\rho x_1} - (1-\pi_x)e^{-\rho x_2}\right] &\geq e^{-\rho t}\left[-\pi_y e^{-\rho y_1} - (1-\pi_y)e^{-\rho y_2}\right] \\ -\pi_x e^{-\rho(x_1+t)} - (1-\pi_x)e^{-\rho(x_2+t)} &\geq -\pi_y e^{-\rho(y_1+t)} - (1-\pi_y)e^{-\rho(y_2+t)} \\ \pi_x u(x_1+t) + (1-\pi_x)u(x_2+t) &\geq \pi_y u(y_1+t) + (1-\pi_y)u(y_2+t).\end{aligned}$$

D.h.: Es liegt KARA vor. Mit $u(x) = x^\alpha/\alpha$ gilt:

$$\pi_x u(x_1) + (1-\pi_x)u(x_2) \geq \pi_y u(y_1) + (1-\pi_y)u(y_2)$$

$$
\begin{aligned}
\pi_x \frac{x_1^\alpha}{\alpha} + (1-\pi_x)\frac{x_2^\alpha}{\alpha} &\geq \pi_y \frac{y_1^\alpha}{\alpha} + (1-\pi_y)\frac{y_2^\alpha}{\alpha} \\
t^\alpha \left[\pi_x \frac{x_1^\alpha}{\alpha} + (1-\pi_x)\frac{x_2^\alpha}{\alpha}\right] &\geq t^\alpha \left[\pi_y \frac{y_1^\alpha}{\alpha} + (1-\pi_y)\frac{y_2^\alpha}{\alpha}\right] \\
\pi_x \frac{(tx_1)^\alpha}{\alpha} + (1-\pi_x)\frac{(tx_2)^\alpha}{\alpha} &\geq \pi_y \frac{(ty_1)^\alpha}{\alpha} + (1-\pi_y)\frac{(ty_2)^\alpha}{\alpha} \\
\pi_x u(tx_1) + (1-\pi_x)u(tx_2) &\geq \pi_y u(ty_1) + (1-\pi_y)u(ty_2).
\end{aligned}
$$

D.h.: Es liegt KRRA vor.

Anhang: Risikoaversion

Theorem (Rabin und Thaler): *Für einen streng risikoaversen Anleger, der bei jedem Vermögen x eine 50:50-Wette mit €55 Gewinn oder €45 Verlust ablehnt, gilt: Steigt das Vermögen x um €100, dann sinkt der Wert des nächsten Euros auf 82%, „alles Geld der Welt“ ist dem Individuum nur 4,5-mal so viel wert wie die letzten €100 seines Vermögens, er würde bei einer 50:50-Wette nie €450 aufs Spiel setzen.*

Beweis: Wenn ein Individuum eine 50:50-Wette mit €55 Gewinn und €45 Verlust bei jedem Vermögen x ablehnt, dann muss

$$u(x+55) - u(x) < u(x) - u(x-45)$$

für alle x gelten. Weil es für alle x gilt, kann man x durch $x+45$ ersetzen:

$$u(x+100) - u(x+45) < u(x+45) - u(x)$$

Es folgt:

$$55 \cdot \begin{pmatrix} \text{durchschn. } u(x)-u(x-1) \\ \text{zwischen } x+46 \text{ und } x+100 \end{pmatrix} < 45 \cdot \begin{pmatrix} \text{durchschn. } u(x)-u(x-1) \\ \text{zwischen } x+1 \text{ und } x+45 \end{pmatrix}.$$

Wegen $u''(x) < 0$ ist das durchschnittliche $u(x) - u(x-1)$ auf der linken Seite größer als $u(x+100) - u(x+99)$ und das durchschnittliche $u(x) - u(x-1)$ auf der rechten Seite kleiner als $u(x+1) - u(x)$. Es folgt:

$$55 \cdot [u(x+100) - u(x+99)] < 45 \cdot [u(x+1) - u(x)].$$

oder

$$\frac{u(x+100) - u(x+99)}{u(x+1) - u(x)} < \frac{45}{55} = 0,82.$$

D.h.: Steigt das Vermögen x um €100, dann sinkt der Wert des nächsten Euros auf 82% – der Diskontfaktor pro €100 ist (mindestens) 82% (mindestens, weil in der Formel das „<“-Zeichen und nicht das „=“-Zeichen steht).

Fragen wir nun: Wie viel ist dem Individuum, ausgehend von x, „alles Geld der Welt“ wert? So viel wie unendlich oft zusätzliche €100, also weniger als

$$100 \cdot 0,82 + 100 \cdot 0,82^2 + 100 \cdot 0,82^3 + \ldots = 100 \sum_{t=1}^{\infty} 0,82^t.$$

Mit Ausklammern und der Formel für die geometrische Reihe folgt:

$$100 \sum_{t=1}^{\infty} 0,82^t = 100 \cdot 0,82 \sum_{t=0}^{\infty} 0,82^t = 100 \frac{0,82}{1-0,82} = 100 \cdot 4,5 = 450.$$

Alles Geld der Welt ist dem Individuum nur 4,5-mal so viel wert wie die letzten €100 seines Vermögens. Das Individuum würde bei einer 50:50-Wette nicht für alles Geld der Welt €450 aufs Spiel setzen.

Literatur

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Rabin, Matthew und Richard H. Thaler (2001), „Risk Aversion“, *Journal of Economic Perspectives* 15, 219-32.

Teil II

Die Vorzüge von Finanzmärkten: Risikoteilung

Kapitel 4

Die Pareto-Effizienz des allgemeinen Gleichgewichts bei Unsicherheit I: Tauschökonomie

4.1 Einleitung

Die Hauptsätze der Wohlfahrtstheorie besagen, dass in einem perfekten Marktsystem bei Vernachlässigung von Unsicherheit eine 1:1-Beziehung zwischen Marktgleichgewichten und Pareto-Optima besteht: Jedes Marktgleichgewicht ist ein Pareto-Optimum, und jedes Pareto-Optimum kann mit Hilfe einer Umverteilung von Anfangsausstattungen als ein Marktgleichgewicht herbeigeführt werden. Dieses Kapitel zeigt, wie sich die Hauptsätze der Wohlfahrtstheorie auf Ökonomien mit Unsicherheit verallgemeinern lassen: In einem perfekten Marktsystem *mit vollkommenen und vollständigen Finanzmärkten* ist jedes Marktgleichgewicht ein Pareto-Optimum, und jedes Pareto-Optimum kann mit Hilfe einer Umverteilung der Anfangsausstattungen als ein Marktgleichgewicht herbeigeführt werden. Diese Theoreme gehen auf Arrow (1964) zurück (s. auch Mas-Colell, Whinston und Green, 1995, Kap. 19, oder Danthine und Donaldson, 2001, Kap. 7). Es ist der Kern der Aussage, dass Finanzmärkte gut geeignet sind für die Risikoteilung zwischen den Individuen einer Ökonomie (s. Abschnitt 1.4).

4.2 Bedingungen für Pareto-Effizienz

Betrachte zur Untersuchung der Haushaltsseite eine Tauschökonomie mit

I Konsumenten $i = 1, \ldots, I$

2 Perioden,

1 Gut $j = 0$ im ersten Zeitpunkt und

J Gütern $j = 1, \ldots, J$ im zweiten Zeitpunkt.

Es herrscht Unsicherheit darüber, welcher Umweltzustand $\theta = 1, \ldots, \Theta$ eintreten wird. Die W'keit für Zustand θ wird mit π_θ bezeichnet. Die Umweltzustände unterscheiden sich in Bezug auf die Anfangsausstattungen der Tauschökonomie. Man kann diese Anfangsausstattungen als Güter interpretieren oder als Wertpapiere. Im zweiten Fall bleibt offen, wie die Renditen der Wertpapiere erwirtschaftet werden. Zu dieser Frage kommen wir im nächsten Kapitel.

Sei

$e_0^i = i$'s Anfangsausstattung im ersten Zeitpunkt,

$x_0^i = i$'s Konsum im ersten Zeitpunkt,

$v^i(x_0^i) = i$'s Nutzen im ersten Zeitpunkt,

$e_{j\theta}^i = i$'s Anfangsausstattung von Gut j in Zustand θ,

$x_{j\theta}^i = i$'s Konsum von Gut j in Zustand θ,

$u^i(x_{1\theta}^i, \ldots, x_{J\theta}^i) = i$'s Nutzen in Zustand θ mit $\partial^2 u^i / \partial (x_{j\theta}^i)^2 < 0$ (Risikoaversion),

$\sum_\theta \pi_\theta u^i(x_{1\theta}^i, \ldots, x_{J\theta}^i) = i$'s Erwartungsnutzen im zweiten Zeitpunkt.

Beachte, dass Güter $j\theta$ sowohl nach ihrer physischen Beschaffenheit als auch nach dem eingetretenen Umweltzustand unterschieden werden. i's Nutzen ist

$$U^i(x_0^i, x_{11}^i, \ldots, x_{J\Theta}^i) = v^i(x_0^i) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^i(x_{1\theta}^i, \ldots, x_{J\theta}^i).$$

Seine Grenzraten der Substitution zwischen $j\theta$ und Konsum in der ersten Periode sowie zwischen $j\theta$

und $j'\theta'$ sind

$$MRS^i_{j\theta,0} \equiv -\frac{dx^i_0}{dx^i_{j\theta}}\bigg|_{\bar U^i} = \frac{\pi_\theta \partial u^i/\partial x^i_{j\theta}}{(v^i)'}, \quad MRS^i_{j\theta,j'\theta'} \equiv -\frac{dx^i_{j'\theta'}}{dx^i_{j\theta}}\bigg|_{\bar U^i} = \frac{\pi_\theta \partial u^i/\partial x^i_{j\theta}}{\pi_{\theta'} \partial u^i/\partial x^i_{j'\theta'}}.$$

Pareto-effiziente Allokationen ergeben sich durch Maximierung des Erwartzungsnutzens U^1 von Konsument 1 unter der Nebenbedingung, dass die Erwartungsnutzen der anderen Konsumenten $\bar U^i$ für $i \geq 2$ vorgegeben sind (für verschiedene vorgegebene Erwartungsnutzen $\bar U^i$ $(i \geq 2)$ ergeben sich verschiedene Pareto-Optima):

$$\max_{x^i_0, x^i_{j\theta}} : v^1(x^1_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^1(x^1_{1\theta}, \ldots, x^1_{J\theta})$$

$$\text{u.d.N.: } v^i(x^i_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^i(x^i_{1\theta}, \ldots, x^i_{J\theta}) = \bar U^i, \quad \forall i \geq 2$$

$$\sum_{i=1}^{I} (e^i_0 - x^i_0) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{I} (e^i_{j\theta} - x^i_{j\theta}) = 0 \quad \forall j, \theta.$$

Mit $\lambda^1 = 1$ and $\bar U^1 = 0$ erhält man die Lagrange-Funktion:

$$L \equiv \sum_{i=1}^{I} \lambda^i \left[v^i(x^i_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^i(x^i_{1\theta}, \ldots, x^i_{J\theta}) - \bar U^i \right] + \mu_0 \sum_{i=1}^{I} (e^i_0 - x^i_0) + \sum_{j=1}^{J} \sum_{\theta=1}^{\Theta} \mu_{j\theta} \left[\sum_{i=1}^{I} (e^i_{j\theta} - x^i_{j\theta}) \right].$$

Notwendige Optimalitätsbedingungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x^i_0} = \lambda^i (v^i)'(x^i_0) - \mu_0 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^i_{j\theta}} = \lambda^i \pi_\theta \frac{\partial u^i}{\partial x^i_{j\theta}} - \mu_{j\theta} = 0, \quad \forall i, j, \theta.$$

Für alle i muss gelten:

$$MRS^i_{j\theta,0} = \frac{\mu_{j\theta}}{\mu_0}, \quad MRS^i_{j\theta,j'\theta'} = \frac{\mu_{j\theta}}{\mu_{j'\theta'}}, \quad \forall j, j', \theta, \theta'.$$

D.h.: Für jedes Güterpaar $(j\theta, 0)$ und $(j\theta, j'\theta')$ muss die MRS für alle Individuen i gleich sein. Dies ist die übliche Effizienzbedingung, nur werden Güter in verschiedenen Umweltzuständen als verschiedene

Güter interpretiert. Gäbe es ein Güterpaar $j\theta$ und $j'\theta'$, bei dem die MRS für zwei Individuen nicht gleich sind, so könnten die beiden durch Tausch ihre Position verbessern. Beispiel: Ist

$$MRS^4_{32,56} \equiv -\frac{dx^4_{56}}{dx^4_{32}}\bigg|_{\bar{U}^4} > MRS^{11}_{32,56} \equiv -\frac{dx^{11}_{56}}{dx^{11}_{32}}\bigg|_{\bar{U}^{11}},$$

dann ist Konsument 4 für eine zusätzliche Einheit von Gut 3 in Zustand 2 mehr von Gut 5 in Zustand 6 aufzugeben bereit, als Konsument 11 dafür verlangen würde. Ein solcher Tausch würde zu einer Pareto-Verbesserung führen, also kann die Ausgangslage nicht Pareto-optimal gewesen sein.

4.3 Dezentralisierung I: Terminmärkte

Man könnte die Realisierung von θ abwarten und dann Handel auf Spot- (Kassa-) Märkten (auf denen gegen Zahlung sofort geliefert wird) betreiben. Damit sind die Individuen aber dem Risiko ausgesetzt, dass sie möglicherweise sehr schlecht abschneiden, weil sie sehr geringe Anfangsausstattungen aufweisen. Daher ist es sinnvoll, schon vor der Realisierung von θ mittels Terminmärkten (futures markets) die jeweils resultierende Allokation festzulegen. Es wird sich zeigen, dass das resultierende Marktgleichgewicht mit Terminmärkten Pareto-effizient ist.

Der Preis im ersten Zeitpunkt wird mit p_0 bezeichnet. Zudem gebe es für jedes Gut j in jedem Zustand θ einen vollkommenen Terminmarkt mit Marktpreis $p_{j\theta}$: Eine Einheit von Gut j in Zustand θ kann heute für €$p_{j\theta}$ gekauft werden. Gezahlt wird in jedem Fall, geliefert wird nur, wenn Zustand θ eintritt.

Haushalt i löst

$$\max_{x^i_{j\theta}} : v^i(x^i_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^i(x^i_{1\theta}, \ldots, x^i_{J\theta})$$

$$\text{u.d.N.: } p_0(e^i_0 - x^i_0) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}(e^i_{j\theta} - x^i_{j\theta}) = 0.$$

Lagrange-Funktion:

$$L^i \equiv v^i(x^i_0) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta u^i(x^i_{1\theta}, \ldots, x^i_{J\theta}) + \lambda^i \left[p_0(e^i_0 - x^i_0) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}(e^i_{j\theta} - x^i_{j\theta}) \right].$$

Notwendige Optimalitätsbedingungen:

$$\frac{\partial L^i}{\partial x_0^i} = (v^i)' - \lambda^i p_0 = 0$$

$$\frac{\partial L^i}{\partial x_{j\theta}^i} = \pi_\theta \frac{\partial u^i}{\partial x_{j\theta}^i} - \lambda^i p_{j\theta} = 0, \quad \forall j, \theta.$$

Umgeformt:

$$MRS_{j\theta,0}^i = \frac{p_{j\theta}}{p_0}, \quad MRS_{j\theta,j'\theta'}^i = \frac{p_{j\theta}}{p_{j'\theta'}}, \quad \forall j, j', \theta, \theta'.$$

Theorem (Erstes Wohlfahrtstheorem mit Unsicherheit, Arrow): *Das Marktgleichgewicht mit Terminmärkten ist Pareto-effizient.*

Die übliche Erklärung für die Effizienz von Marktgleichgewichten gilt: Für Pareto-Effizienz müssen für alle Güterpaare die MRS aller Konsumenten übereinstimmen. Die MRS stimmen alle überein, da alle Konsumenten ihre MRS an das einheitliche Preisverhältnis anpassen. Einziger Unterschied ist wieder, dass man Güter in verschiedenen Umweltzuständen als verschiedene Güter auffasst. Wie üblich gilt, wenn die Präferenzen konvex sind, auch die Umkehrung:

Theorem (Zweites Wohlfahrtstheorem mit Unsicherheit, Arrow): *Jede Pareto-effiziente Allokation kann als ein Marktgleichgewicht mit Terminmärkten etabliert werden.*

„Beweis“: (i) Wähle eine Pareto-effiziente Allokation. (ii) Berechne die zugehörigen MRS. (iii) Nimm an, die relativen Preise entsprechen den MRS. (iv) Berechne den Wert der Konsumbündel der einzelnen Konsumenten. (v) Verteile Anfangsausstattungen so um, dass sich jeder Konsument das Konsumbündel leisten kann, das er in der Pareto-effizienten Allokation erhält. Dann ergibt sich das Pareto-Optimum als Marktgleichgewicht. Im Appendix zu diesem Kapitel wird gezeigt, wie diese Überlegung rigoros gemacht werden kann.

Man beachte Folgendes: Von hier an werden in den hierauf aufbauenden Abschnitten dieses und des nächsten Kapitels keine Maximierungsprobleme mehr gelöst. Ab jetzt reicht es aus, Budgetbeschränkungen umzuformen und Spezialfälle zu betrachten, um z.B. die Pareto-Optimalität des Marktgleichgewichts mit Produktion (Abschnitt 5.2), das Modigliani-Miller-Theorem (Abschnitt 5.4) und die CAPM-Formel (Abschnitt 6.4) zu beweisen! Mehr noch: Wenn man es *voraussetzt*, dass (Kassa-) Marktsysteme Pareto-optimal funktionieren, dann hätte man sich auch die Lösungen der beiden bisher behandelten Maximierungsprobleme sparen können und von der Äquivalenz von (Kassa-) Marktsystemen und Terminmarktsystemen direkt auf die Pareto-Optimalität letzterer schließen können.

4.4 Dezentralisierung II: Arrow Securities

Zwei Probleme. Erstens: Die benötigte Anzahl von Terminmärkten $J\Theta$ ist sehr groß. Arrow securities bieten eine Möglichkeit, die Anzahl von Märkten zu reduzieren. Zweitens: Terminmärkte sind in der Realitiät selten. Arrow zeigte aber, dass die gleiche Pareto-effiziente Allokation statt mit vielen Terminmärkten auch mit weniger Finanzmärkten erreicht werden kann.

Eine *Arrow security (AS)* θ verbrieft den Anspruch auf eine Einheit Einkommen in Zustand θ für den Fall, dass θ eintritt. Tritt θ nicht ein, so kommt es nicht zu einer Auszahlung. ASs sind zunächst einmal abstrakte Finanzprodukte (sie tauchen in der Liste in Abschnitt 1.1 nicht auf). Später (in Abschnitt 6.2) wird gezeigt, dass man diese ASs mit konventionelleren Finanzprodukten „erzeugen“ kann, so dass wir uns hier nicht weiter damit aufhalten. Qualitativ kann man sich unter ASs sowohl

- Wertpapiere als auch
- Versicherungen (mit einer Prämie in Höhe des AS-Preises für jeden Euro, der im Schadensfall ausgezahlt wird)

vorstellen.

Marktstruktur:

- Im ersten Zeitpunkt werden die Güteranfangsausstattungen e_0^i zum Preis p_0 sowie ASs zum Preis p_θ gehandelt. Konsument i's Nachfrage nach ASs θ x_θ^i muss der Budgetbeschränkung
$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x_\theta^i$$

genügen.

- Mit dem resultierenden Einkommen wird auf vollkommenen Spot-(Kassa-) Märkten gehandelt. Konsument i's Budgetrestriktion ist:

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot}(x_{j\theta}^i - e_{j\theta}^i) = x_\theta^i$$

mit $p_{j\theta}^{spot}$ als Spot-Markt-Preis von Gut j in Zustand θ.

i maximiert seinen Erwartungsnutzen unter diesen beiden Nebenbedingungen. Substituieren von x_θ^i aus der zweiten in die erste Gleichung liefert:

$$p_0(e_0^i - x_0^i) + \sum_{\theta=1}^{\Theta}\sum_{j=1}^{J}(p_\theta p_{j\theta}^{spot})(e_{j\theta}^i - x_{j\theta}^i) = 0.$$

Angenommen, die ASs-Preise p_θ passen sich so an, dass

$$p_\theta p_{j\theta}^{spot} = p_{j\theta}$$

gilt, mit $p_{j\theta}$ als Terminmarkt-Preis aus Abschnitt 4.3. Dann erhält man genau die Budgetbeschränkung aus Abschnitt 4.3. Das ist wie folgt einsichtig: Auf dem Terminmarkt kostet eine Einheit von Gut j in Zustand θ genau $p_{j\theta}$. Im Modell mit ASs kann man sich eine Einheit von Gut j in Zustand θ sichern, indem man $p_{j\theta}^{spot}$ ASs für diesen Zustand kauft, was $p_\theta p_{j\theta}^{spot}$ kostet.

Weil die Individuen dann bei gleicher Nutzenfunktion aus der gleichen Budgetmenge wählen, resultiert die gleiche Allokation wie mit Terminmärkten. Weil die Pareto-optimal ist, folgt:

Theorem (Dezentralisierung mit Arrow securities, Arrow): *Im Marktgleichgewicht mit ASs ergibt sich die gleiche Allokation wie im Marktgleichgewicht mit Terminmärkten. Die Anzahl von Märkten sinkt im Vergleich dazu von $J\Theta$ (Terminmärkten) auf $J+\Theta$ (J Spot-Märkte und Θ ASs-Märkte).*

Dass die Gütermärkte dabei geräumt sind ($\sum_{i=1}^{I}(e_0^i - x_0^i) = 0$ und $\sum_{i=1}^{I}(e_{j\theta}^i - x_{j\theta}^i) = 0$), folgt aus der Tatsache, dass die Werte für x_0^i und $x_{j\theta}^i$ die gleichen sind wie in der Terminmarktökonomie. Dass auch die Märkte für die ASs geräumt sind, ergibt sich aus den Budgetrestriktionen und Räumung der Gütermärkte für den Zeitpunkt 1:

$$\sum_{i=1}^{I} x_{\theta}^{i} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot}(x_{j\theta}^{i} - e_{j\theta}^{i}) = \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} \underbrace{\sum_{i=1}^{I}(x_{j\theta}^{i} - e_{j\theta}^{i})}_{=0} = 0.$$

4.5 Schlussfolgerungen

Existiert für jeden möglichen Umweltzustand eine AS, so spricht man von einem vollständigen Kapitalmarkt. Wir haben also gezeigt, dass in einer Tauschökonomie vollständige Kapitalmärkte ein höchst effizientes Instrument zur Allokation von Risiken sind: Sie ermöglichen eine Pareto-optimale Risikoalloktion. Im nächsten Kapitel beziehen wir den Unternehmenssektor in die Analyse mit ein.

Anhang: Ein direkter Beweis für das erste Wohlfahrtstheorem

Betrachten wir noch einmal die Terminmarktökonomie aus Abschnitt 4.3. Der erste Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie wurde dort bewiesen, indem gezeigt wurde, dass über Individuen identische MRS Bedingung für Pareto-Optimalität sind und sich im Terminmarkt als Folge von Nutzenmaximierung einstellen. Hier wird ein alternativer Beweis geliefert (s. Mas-Colell, Whinston und Green, 1995, Kap. 16), der zwei Vorteile hat:

- Er ist einfacher, weil keine Maximierungskalküle gelöst werden müssen.
- Er ist allgemeiner, weil die Nutzenfunktionen nicht differenzierbar, d.h. Grenzraten der Substitution gar nicht definiert sein müssen.

Der Vorteil des Beweises aus Abschnitt 4.3 ist, dass er auf den üblichen Konzepten aus der Grundstudiums-Mikroökonomik aufbaut. Etwas neue Notation:

$\mathbf{e^i} = (e_0^i, e_{11}^i, \ldots, e_{J\Theta}^i)$

$\mathbf{p} = (p_0, p_{11}, \ldots, p_{J\Theta})$

$\mathbf{x^i} = (x_0^i, x_{11}^i, \ldots, x_{J\Theta}^i)$.

Sei $\mathbf{p}^*$ der Preisvektor in einem Marktgleichgewicht mit zugehörigen Konsummengen $\mathbf{x^{i*}}$. Angenommen, die Konsummengen sind nicht Pareto-optimal. Dann muss es andere Konsummengen $\mathbf{x^i}$ geben, bei denen jedes Individuum einen mindestens ebenso hohen Nutzen hat und mindestens eines einen höheren. Für alle Individuen gilt: Weil $\mathbf{x^i}$ mindestens so gut ist wie $\mathbf{x^{i*}}$, muss es bei den Gleichgewichtspreisen $\mathbf{p}^*$ mindestens so teuer sein wie $\mathbf{x^{i*}}$, sonst wäre $\mathbf{x^{i*}}$ keine nutzenmaximierende Wahl:

$$\mathbf{px^i} \geq \mathbf{px^{i*}}.$$

Für den/die Konsumenten, für der/die bei $\mathbf{x^i}$ einen strikt höheren Nutzen hat/haben als bei $\mathbf{x^{i*}}$ muss entsprechend gelten:

$$\mathbf{px^i} > \mathbf{px^{i*}}.$$

Aufsummieren ergibt:

$$\mathbf{p}\sum_{i=1}^{I}\mathbf{x^i} > \mathbf{p}\sum_{i=1}^{I}\mathbf{x^{i*}}.$$

Es kann aber nicht mehr an Gütern verteilt werden als vorhanden ist:

$$\mathbf{p}\sum_{i=1}^{I}\mathbf{x^i} = \mathbf{p}\sum_{i=1}^{I}\mathbf{e^i} = \mathbf{p}\sum_{i=1}^{I}\mathbf{x^{i*}},$$

ein Widerspruch. Also muss die Annahme, dass die Konsummengen $\mathbf{x^{i*}}$ im Marktgleichgewicht nicht Pareto-optimal sind, falsch sein.

Anhang: Beweis des zweiten Wohlfahrtstheorems

Der Beweis für die Gültigkeit des zweiten Wohlfahrtstheorems ist eine ziemlich direkte Anwendung des Stützende-Hyperebenen-Theorems (supporting hyperplane theorem, SHT):

Theorem (SHT): *Sei V eine konvexe Menge und $\mathbf{x}^*$ ein Punkt auf dem Rand von V. Dann existiert ein Vektor $\mathbf{p}$, so dass*

$$\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \geq 0, \quad \mathbf{x} \in V.$$

Das Theorem wird weiter unten bewiesen, zuerst benutzen wir es, um das zweite Wohlfahrtstheorem zu beweisen (s. Mas-Colell, Whinston und Green, 1995, Kap. 16). Eine Annahme, die wir bisher nicht explizit benötigten, ist, dass die „individuellen Besser-Mengen“ relativ zu $\mathbf{x^{i}}^{*}$ konvex sind:

$$V^i \equiv \{\mathbf{x^i} | U^i(\mathbf{x^i}) \geq U^i(\mathbf{x^{i}}^{*})\} \text{ konvex.}$$

D.h.: Für $0 < \lambda < 1$ folgt mit $\mathbf{x^i}, \mathbf{x^{i}}' \in V^i$, dass $\lambda\mathbf{x^i} + (1-\lambda)\mathbf{x^{i}}' \in V^i$. Man nennt U^i dann auch quasi-konkav. Sei V die „kollektive Besser-Menge“ relativ zu $\mathbf{x^{i}}^{*}$, d.h. die Menge der aggregierten Konsummengen $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x}^i$, die so verteilt werden können, dass jeder Konsument in seiner individuellen Besser-Menge ist:

$$V \equiv \{\mathbf{x} | \mathbf{x} = \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x}^i, \mathbf{x}^i \in V^i\}.$$

Seien $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in V$. Aus $\mathbf{x^i}, \mathbf{x^{i}}' \in V^i$ und der Konvexität von V^i folgt für alle $0 < \lambda < 1$:

$$\lambda\mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{x}' = \lambda \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x^i} + (1-\lambda) \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x^{i}}' = \sum_{i=1}^{I} \underbrace{[\lambda\mathbf{x^i} + (1-\lambda)\mathbf{x^{i}}']}_{\in V^i} \in V.$$

D.h.:

$$V \text{ konvex.}$$

Sei $\mathbf{x}^* = \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x^{i}}^{*}$ Pareto-optimal. Dann liegt $\mathbf{x}^*$ auf dem Rand von V. Denn wenn $\mathbf{x}$ reduziert wird, muss mindestens ein Konsument aus seiner Besser-Menge V^i herausfallen. Weil V konvex ist, kann das SHT angewendet werden: Es gibt ein $\mathbf{p}$, so dass

$$\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \geq 0, \quad \mathbf{x} \in V.$$

Angenommen, jedes Individuum i erhält seinen Konsumvektor $\mathbf{x^{i}}^{*}$ aus dem Pareto-Optimum $\mathbf{x}^*$ als Anfangsausstattung. Damit ist das $\mathbf{p}$ aus dem SHT genau dann ein gleichgewichtiger Preisvektor, wenn $\mathbf{x^{i}}^{*}$ i's nutzenmaximierender Konsumvektor ist. Angenommen, das sei nicht der Fall, d.h. es gibt ein $\mathbf{x^i}$ mit

$$U^i(\mathbf{x^i}) = U^i(\mathbf{x^{i}}^{*}), \;\; \mathbf{p}\mathbf{x}^i < \mathbf{p}\mathbf{x}^{i*}.$$

D.h.: Das Nutzenniveau $U^i(\mathbf{x^{i*}})$ ist mit geringeren Ausgaben als $\mathbf{px}^{i*}$ erreichbar, bzw. mit Ausgaben $\mathbf{px}^{i*}$ ist ein höheres Nutzenniveau als $U^i(\mathbf{x^{i*}})$ erreichbar. Gemäß der ersten Ungleichung ist dann $\mathbf{x} = \mathbf{x}^i + \sum_{i'=1,i'\neq i}^{I} \mathbf{x^{i'*}} \in V$. Mit $\mathbf{x}^* = \sum_{i=1}^{I} \mathbf{x^{i*}}$ ergibt sich aus dem SHT

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}-\mathbf{x}^*) = \mathbf{p}\left(\underbrace{\mathbf{x}^i + \sum_{i'=1,i'\neq i}^{I} \mathbf{x^{i'*}}}_{=\mathbf{x}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{I} \mathbf{x^{i*}}}_{=x^{i*}}\right) = \mathbf{p}(\mathbf{x^i} - \mathbf{x^{i*}}) \geq 0.$$

Das widerspricht der zweiten Ungleichung. Also muss die Annahme, dass $\mathbf{x^{i*}}$ nicht i's nutzenmaximierender Konsumvektor ist, falsch sein, und das Pareto-Optimum ist in der Tat ein Marktgleichgewicht. Offensichtlich ist es nicht nötig, die Pareto-optimalen Mengen als Anfangsausstattungen zuzuteilen. Worauf es ankommt, ist, dass der Wert von i's Anfangsausstattung gerade $\mathbf{px^{i*}}$ ist.

Nachzutragen ist der *Beweis des SHTs:* Betrachte einen Punkt $\mathbf{x}''$ außerhalb von V. Bezeichne den am nächsten gelegenen Punkt in V als $\mathbf{x}'$, und bezeichne $\mathbf{p} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}''$. Sei $\mathbf{x}$ ein Punkt in V. Wegen Konvexität von V ist auch $\mathbf{x}(\lambda) = \lambda\mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{x}' \in V$. Die Entfernung zwischen $\mathbf{x}(\lambda)$ und $\mathbf{x}''$ ist

$$\sqrt{[\mathbf{x}(\lambda) - \mathbf{x}'']^2} = \sqrt{[\lambda\mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{x}' - \mathbf{x}'']^2} = \sqrt{[(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'') + \lambda(\mathbf{x} - \mathbf{x}')]^2}.$$

Weil $\mathbf{x}'$ der Punkt in V ist, der am nächsten bei $\mathbf{x}''$ liegt, ist diese Entfernung größer als die zwischen $\mathbf{x}'$ und $\mathbf{x}''$:

$$\sqrt{[(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'') + \lambda(\mathbf{x} - \mathbf{x}')]^2} \geq \sqrt{(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')^2}.$$

Umgeformt:

$$2\lambda(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')(\mathbf{x} - \mathbf{x}') + \lambda^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2 \geq 0.$$

Teilen durch λ (>0) und $\lambda \to 0$ liefert mit $\mathbf{p} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}''$:

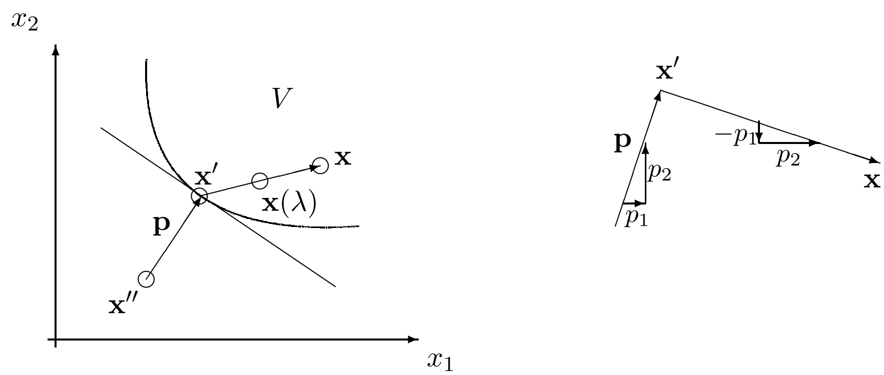
$$\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \geq 0.$$

$\mathbf{x}^*$ ist ein Randpunkt von V. Betrachte eine Folge von Punkten $\mathbf{x}''$, die gegen $\mathbf{x}^*$ geht. Mit $\mathbf{x}'' \to \mathbf{x}^*$ wird $\mathbf{x}^*$ der Punkt $\mathbf{x}'$ in V, der $\mathbf{x}''$ am nächsten liegt:

$$\mathbf{x}' \to \mathbf{x}^*.$$

Einsetzen in die vorige Formel liefert das SHT:

$$\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \geq 0.$$



Im Zweidimensionalen hat man eine gute grafische Interpretation (linker Teil der Abbildung oben). Die Gleichung $\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = 0$ beschreibt eine Gerade durch den Punkt $\mathbf{x}'$ mit Steigung $-p_1/p_2$, denn

$$0 = d[\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')] = d[p_1(x_1 - x_1') + p_2(x_2 - x_2')] = p_1 dx_1 + p_2 dx_2.$$

D.h.: Die Gerade ist orthogonal (steht im rechten Winkel) zum Vektor $\mathbf{p}$, der ja die Steigung p_2/p_1 hat (rechter Teil der Abbildung). Es ist ersichtlich, dass die konvexe Menge V von der Geraden, die orthogonal zu $\mathbf{p}$ steht, weggekrümmt ist. Das ist die Aussage, die das SPH auf höhere Dimensionen verallgemeinert.

Literatur

Arrow, Kenneth J. (1964), „The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk Bearing“, *Review of Economic Studies* 31, 91-6.

Danthine, Jean-Pierre und John B. Donaldson (2001), *Intermediate Financial Theory*, Upper Saddle River: Prentice Hall.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston und Jerry R. Green (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford: Oxford University Press.

Kapitel 5

Die Pareto-Effizienz des allgemeinen Gleichgewichts bei Unsicherheit II: Stock market economy

5.1 Einleitung

Wenn man im vorigen Kapitel die Anfangsausstattungen als Wertpapiere interpretiert, stellt sich die Frage, wie die Renditen der Wertpapiere erwirtschaftet werden. In diesem Kapitel sind diese Renditen das Ergebnis des Produktionsprozesses.

5.2 Stock market economy

Betrachten wir also eine Ökonomie mit Unternehmen, deren Anteile als Aktien gehandelt werden („Stock market economy"). Fürs erste seien die Unternehmen überhaupt nicht durch Schulden finanziert (das ändern wir später). Es gebe nun

K Firmen $k = 1, \ldots, K$ mit

$y_{j\theta}^k$ = Firma k's Produktion von j in Zustand θ,

$\bar{t}^{ik}$ = i's Anfangsausstattung mit Anteilen an Firma k,

t^{ik} = i's Anteil an Firma k nach Handel von Aktien und

q^k = Aktienwert von Unternehmen k, d.h. der gesamte Wert aller in Umlauf befindlichen Aktien von k.

Um die Analyse möglichst einfach zu halten, sei $y_{j\theta}^k$ als exogen vorgegeben. Unternehmensentscheidungen über die Produktion bleiben damit außen vor, bzw. es wird implizit angenommen, dass diese Entscheidungen optimal gefällt werden und daher nicht weiter thematisiert werden müssen. Weiter gebe es außer den Unternehmensoutputs keine Anfangsausstattungen in Zeitpunkt 1. Wir können daher Konsument $i's$ Anfangsausstattung mit Gut j in Zustand θ definieren als:

$$e_{j\theta}^i = \sum_{k=1}^{K} \bar{t}^{ik} y_{j\theta}^k.$$

$e_{j\theta}^i$ ist exogen, d.h. unabhängig von den Konsummengen x_0^i und $x_{j\theta}^i$. Untersuchen wir, wie sich das Maximierungsproblem, das die Pareto-optimalen Allokationen liefert, von dem für die Tauschökonomie (Abschnitt 4.2) unterscheidet. Die Zielfunktion ist die gleiche: die Nutzenfunktion von Konsument 1. Wie dort werden den anderen Individuen $i = 2, \ldots, I$ Nutzenniveaus $\bar{U}^i$ als Restriktionen vorgegeben. Wie dort muss im ersten Zeitpunkt $\sum_{i=1}^{I}(e_0^i - x_0^i) = 0$ gelten. Verbleibt die Restriktion für die Konsummengen im zweiten Zeitpunkt. Hier gilt nun $\sum_{k=1}^{K} y_{j\theta}^k = \sum_{i=1}^{I} x_{j\theta}^i$. Mit der Definition von $e_{j\theta}^i$ folgt

$$\sum_{i=1}^{I} e_{j\theta}^i = \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} \bar{t}^{ik} y_{j\theta}^k = \sum_{k=1}^{K} y_{j\theta}^k \underbrace{\sum_{i=1}^{I} \bar{t}^{ik}}_{=1} = \sum_{k=1}^{K} y_{j\theta}^k = \sum_{i=1}^{I} x_{j\theta}^i.$$

Wie in Abschnitt 4.2 gilt ist also als letzte Restriktion $\sum_{i=1}^{I}(e_{j\theta}^i - x_{j\theta}^i) = 0$ zu beachten, wobei $e_{j\theta}^i$ exogen ist. Mit der Definition von $e_{j\theta}^i$ ist hier also die gleiche Zielfunktion unter den gleichen Restriktionen zu maximieren wie in der Tauschökonomie, so dass sich die gleichen Optimalitätsbedingungen ergeben: Für jedes Güterpaar $j\theta$ und $j'\theta'$ müssen die MRS aller Individuen i gleich sein.

Zum Marktgleichgewicht. Die Marktstruktur ist ähnlich wie in Abschnitt 4.4:

- Im ersten Zeitpunkt werden die Anfangsausstattungen e_0^i zum Preis p_0, ASs θ für jeden Zustand $\theta = 1, \ldots, \Theta$ zum Preis p_θ und Unternehmensanteile gehandelt. Für den Kauf von zusätzlichen Anteilen $t^{ik} - \bar{t}^{ik}$ an Unternehmen k muss i die Summe $(t^{ik} - \bar{t}^{ik})q^k$ bezahlen. Die Budgetbeschränkung von Haushalt i lautet also:

$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x_\theta^i + \sum_{k=1}^{K} q^k(t^{ik} - \bar{t}^{ik}).$$

- Im zweiten Zeitpunkt werden die Güter auf Spotmärkten gehandelt. Dabei fließen Individuum i aus seinen Anteilen t^{ik} Anteile t^{ik} am Erlös $p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k$ der Unternehmen k zu, so dass sich die folgende Budgetrestriktion ergibt:

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} x_{j\theta}^i = x_\theta^i + \sum_{k=1}^{K} t^{ik} \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k.$$

Der Aktienwert q^k spiegelt dabei im ersten Zeitpunkt den Wert des Unternehmens wider, d.h. die zu Marktpreisen bewerteten Produktionsmengen:

$$q^k = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k.$$

Ersetzt man in der Budgetrestriktion für den ersten Zeitpunkt x_θ^i durch den Ausdruck aus der Budgetgleichung für den zweiten Zeitpunkt, so erhält man:

$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}^{spot} x_{j\theta}^i - \sum_{k=1}^{K} q^k \bar{t}^{ik} - \sum_{k=1}^{K} t^{ik} \left(\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k - q^k \right).$$

Ersetzt man ferner q^k durch die Definition des Aktienwerts, dann fällt der letzte Summenterm hinaus, und mit der Definition von $e_{j\theta}^i$ erhält man:

$$p_0(e_0^i - x_0^i) + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{j=1}^{J} (p_\theta p_{j\theta}^{spot})(e_{j\theta}^i - x_{j\theta}^i) = 0.$$

Dies ist genau die Budgetbeschränkung aus Abschnitt 4.4. Es ergeben sich also nicht nur die gleichen Bedingungen für Pareto-Optimalität wie in Kapitel 4, sondern auch die gleichen Bedingungen für ein Marktgleichgewicht. Wir können also sofort aus den Ergebnissen von Abschnitt 4.4 schließen:

Theorem (Erstes Wohlfahrtstheorem in der Stock market economy): *Das Marktgleichgewicht mit Aktien und ASs ist Pareto-effizient.*

Das „Equity premium puzzle“

S. Arnold (2003), Kasten VIII.9, S. 293 und Siegel und Thaler (1997).

5.3 Shareholder unanimity

Das Modell der Produktionsökonomie hat eine zweite wichtige Implikation: Im Modell ist $y^k_{j\theta}$ exogen, und damit treffen die Firmen keine Entscheidungen, die ihren Wert q^k beeinflussen. Aber aus der Gleichung

$$p_0(e^i_0 - x^i_0) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{\theta=1}^{\Theta} p^{spot}_{j\theta} x^i_{j\theta} - \sum_{k=1}^{K} q^k \bar{t}^{ik}$$

wird klar, dass, weil die Budgetmenge um so größer ist, je größer q^k ist, folgender Satz gilt:

Theorem (Shareholder unanimity): *Es herrscht Einigkeit unter den Aktionären jeder Firma, dass das Ziel der Firma die Maximierung ihres Aktienwerts q^k sein sollte.*

Das ist wichtig für die Unternehmenskontrolle. Die Eigentümer von Firma k müssen hier den Managern nur vorgeben, den Unternehmenswert q^k zu maximieren, unabhängig von den Risikopräferenzen der Eigentümer und der Verteilung der Eigentumsrechte, etc. (Dass es natürlich ein Principal-agent-Problem bei der Verpflichtung der Manager auf die unter den Aktionären einhelligen Ziele gibt, wird in Kapitel 7 thematisiert.) Ein funktionierender Aktienmarkt erlaubt also eine effiziente Risikoteilung und erleichtert die Unternehmenskontrolle erheblich. Darüber hinaus hatten Aktien in der Vergangenheit auch noch eine wesentlich höhere Rendite als festverzinsliche Anlageformen (das ist das von Mehra und Prescott, 1985, aufgedeckte „equity premium puzzle“, s. Kasten), was sie nur noch attraktiver erscheinen lässt. Pareto-Effizienz, Shareholder unanimity und das Equity premium puzzle bilden zusammen ein starkes Argument für die Vorteilhaftigkeit von marktbasierten Finanzsystemen.

5.4 Das Modigliani-Miller-Theorem

Über Jahrzehnte wurde der Kapitalmarkt in der ökonomischen Theorie sehr stiefmütterlich behandelt.

In der traditionellen Makroökonomik ist er der „vierte Markt“, der wegen Walras’ Gesetz gar nicht erst gesondert analysiert werden muss. Die Standard-Mikroökonomik war meist statisch, so dass der Kapitalmarkt keine Rolle spielte. Tauchte er einmal auf, so handelte es sich meist um einen vollkommenen Kapitalmarkt, auf dem friktionslos Finanzkapital von Haushalten zu Firmen transferiert wird. Maßgeblich für diese weitgehende Vernachlässigung des Kapitalmarkts war das Modigliani-Miller-Theorem. Modigliani und Miller (1958) zeigten, dass Fragen der Unternehmensfinanzierung irrelevant sind, wenn der Kapitalmarkt vollkommen ist. Bezieht man den Standpunkt, dass eine „vernünftige“ dynamische Theorie Kapitalmarktunvollkommenheiten berücksichtigen sollte, so hat sich in der Rückschau das Modigliani-Miller-Theorem als ein Haupthindernis bei der Entwicklung „vernünftiger“ intertemporaler Mikro- und Makro-Modelle erwiesen. Die Idee des Theorems ist folgende: Wenn Firmen ihre Finanzierungsstruktur ändern, ändern sich nicht ihre Produktionsmöglichkeiten, sondern nur die Ansprüche von Seiten der Aktionäre und Gläubiger auf den Cash flow. Diese Änderungen von Ansprüchen können aber durch andere Finanzmarkttransaktionen ausgeglichen werden. Und wenn die Risikoallokation ursprünglich optimal war, dann werden diese Ausgleichsmaßnahmen in der Tat getroffen. Der formale Beweis des Modigliani-Miller-Theorems baut auf der Stock market economy aus Abschnitt 5.2 auf.

In Abschnitt 5.2 haben die Firmen keine Schulden. Um zu zeigen, dass die Kapitalstruktur der Unternehmen irrelevant ist, nehmen wir nun an, dass die Firmen in gegebenem Umfang Schulden machen. Wir zeigen, dass die Konsumenten die Auswirkungen auf ihre Konsummöglichkeiten ausgleichen können. Weil ohne Unternehmensschulden die Allokation Pareto-optimal ist, werden sie dies in der Tat tun. Betrachten wir einfachheitshalber Schuldtitel, die im ersten Zeitpunkt ausgegeben werden und im zweiten Zeitpunkt den Anspruch auf eine Einheit Einkommen verbriefen. Sei:

$b^k =$ die Anzahl von von Firma k ausgegebenen Schuldtiteln und

$p_b =$ der Ausgabepreis dieser Schuldtitel.

Der Ausgabepreis muss den Kosten des Portfolios von ASs entsprechen, das ebenfalls eine Einheit

Einkommen in allen Zuständen θ liefert:

$$p_b = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta.$$

(D.h.: Der sichere Zins r ist durch $(1+r)p_b = (1+r)\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta = 1$ definiert, und der sicher Abzinsungsfaktor ist $1/(1+r) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta$.) Hieraus folgt

$$q^k = p_b b^k + \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \left(\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k - b^k \right) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k.$$

Theorem (Modigliani und Miller): *Für gegebene Preise p_θ und $p_{j\theta}^{spot}$ haben Änderungen der Kapitalstruktur keine Auswirkung auf den Firmenwert q^k.*

Eine Firma, mit sicheren Cash flows y_0 und y_1 hat bei sicherem Zins r einen Wert $y_0 + y_1/(1+r)$. Gibt sie im ersten Zeitpunkt ein Wertpapier aus, das im zweiten Zeitpunkt eine Einheit Einkommen auszahlt, also $1/(1+r)$ kostet, so hat sie Cash flows $y_0 + 1/(1+r)$ und $y_1 - 1$, und ihr Kapitalwert ist weiter $y_0 + y_1/(1+r)$. Das Theorem verallgemeinert diesen Sachverhalt auf eine Firma mit unsicheren Cash flows.

Wichtig ist aber die Einschränkung „für gegebene Preise p_θ und $p_{j\theta}^{spot}$“. Sie ist sicher erfüllt, wenn eine einzelne Firma, die zu klein ist, um Marktpreise zu bewegen, ihren Verschuldungsgrad ändert. Wir müssen noch fragen, ob sich die Preise im allgemeinen Gleichgewicht nicht ändern, wenn alle Firmen ihre Kapitalstruktur ändern. Lassen wir dazu positive b^k in möglicherweise allen Firmen zu. Wir brauchen ein neues Symbol:

$b^i =$ die Anzahl von Schuldtiteln, die Individuum i kauft.

Damit ergeben sich die Budgetrestriktionen:

$$p_0(e_0^i - x_0^i) + \sum_{k=1}^{K} t^{ik} p_b b^k = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta x_\theta^i + \sum_{k=1}^{K} q^k (t^{ik} - \bar{t}^{ik}) + p_b b^i$$

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} x_{j\theta}^i = x_\theta^i + \sum_{k=1}^{K} t^{ik} \left(\sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k - b^k \right) + b^i.$$

Eliminieren von x_θ^i liefert wieder die gleiche Budgetrestriktion wie im Modell mit Verschuldungsgrad null:

$$p_0(e_0^i - x_0^i) = \sum_{j=1}^{J}\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_{j\theta}^{spot} x_{j\theta}^i - \sum_{k=1}^{K} q^k \bar{t}^{ik} - \sum_{k=1}^{K} t^{ik} \left(\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k - q^k \right).$$

D.h.: Die Individuen sind indifferent in Bezug auf die Höhe ihrer Wertpapierhaltung b^i. Daraus folgt, dass es ein Gleichgewicht gibt, in dem die gleichen Mengen x_0^i, x_θ^i, t^{ik} und $x_{j\theta}^i$ gewählt werden und die gleichen Preise p_0, p_θ, q^k und $p_{j\theta}^{spot}$ herrschen wie bei $b^k = 0$ für alle $k = 1, \ldots, K$. Damit die Rechnung aufgeht, muss gemäß den Budgetrestriktionen für die beiden Perioden

$$b^i = \sum_{k=1}^{K} t^{ik} b^k$$

gelten. D.h.: Jedes Individuum kauft gerade die Schuldtitel auf, die gemäß seinen Unternehmensanteilen t^{ik} auf ihn entfallen. Das Geld, das es hierfür braucht, erhält es gerade aus seinem Anteil an den Emissionserlösen, und das Geld, das es so in der Folgeperiode erhält, gleicht gerade die Reduktion seiner Mittelzuflüsse aus Unternehmensanteilen aus. Er ist zu dieser Ausgleichsmaßnahme bereit, weil es indifferent in Bezug auf die Höhe seiner Wertpapierhaltung ist. Das beweist, dass nicht nur alle Unternehmen ihre Kapitalstruktur ändern können, ohne dass sich die Unternehmenswerte ändern, sondern dass – allgemeiner – die reale Sphäre von der Kapitalstruktur gänzlich unabhängig ist:

Theorem (Modigliani und Miller): *Änderungen der Kapitalstruktur der Firmen haben keine realwirtschaftlichen Auswirkungen.*

Literatur

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Mehra, Rajnish und Edward C. Prescott (1985), „The Equity Premium Puzzle“, *Journal of Monetary Economics* 15, 145-61.

Modigliani, Franco und Merton H. Miller (1958), „The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment“, *American Economic Review* 48, 261-97.

Siegel, Jeremy J. und Richard H. Thaler (1997), „The Equity Premium Puzzle“, *Journal of Economic Perspectives* 11, 191-200.

Kapitel 6

Finanzmarktvollständigkeit und Asset pricing

6.1 Einleitung

In den Kapiteln 4 und 5 stellte es sich als für die Pareto-Optimalität des Marktgleichgewichts essentiell heraus, dass der Kapitalmarkt in dem Sinne vollständig ist, dass es für jeden Zustand $\theta = 1, \ldots, \Theta$ eine AS gibt. Die gleiche Annahme wird sich in diesem Abschnitt als zentral für die Bepreisung von Wertpapieren (*Asset pricing*) erweisen. Bevor wir in diesem Kapitel zum Asset pricing gelangen, werfen wir also einen zweiten Blick auf die Vollständigkeit des Kapitalmarkts.

Wir zeigen zunächst (Abschnitt 6.2), dass die Annahme, dass es für jeden Umweltzustand eine AS gibt, ersetzt werden kann durch die Annahme, dass es Θ Wertpapiere mit linear unabhängigen Payoffs gibt. Damit ist das Problem beseitigt, dass es auf wirklichen Finanzmärkten ASs nicht gibt. Das wirft allerdings die Frage auf, welche Finanzprodukte vorhanden sein müssen, damit man darunter Θ Wertpapiere mit linear unabhängigen Payoffs findet. Wir zeigen, dass der Aktienmarkt aus Kapitel 5 allein nicht notwendigerweise hinreichend ist. Ein einfaches System von Call-Optionen reicht aber aus, um den Kapitalmarkt zu komplettieren. In den folgenden Abschnitten beschäftigen wir uns mit

Asset pricing bei Vorliegen eines vollständigen Systems von Finanzmärkten. Zunächst zeigen wir in Abschnitt 6.3, dass sich jedes Wertpapier wie folgt bepreisen lässt: Die zustandsabhängigen Payoffs werden mit AS-Preisen bewertet und aufsummiert (so haben wir bereits q^k in Abschnitt 5.2 und p_b in Abschnitt 5.4 bestimmt). Andernfalls gäbe es Arbitragemöglichkeiten (risikolose Gewinne in unbegrenzter Höhe). Mit diesem Ergebnis wenden wir uns dann dem Capital asset princing model der Aktienbewertung (Abschnitt 6.4) und anschließend kurz der Optionsbewertung (Abschnitt 6.5) zu. In Abschnitt 6.6 folgen einige Bemerkungen, die Zweifel an der Vollständigkeit des Kapitalmarkts streuen.

6.2 Kapitalmarktvollständigkeit

Bisher wurde angenommen, dass ein komplettes System von ASs existiert, für jeden einzelnen Zustand $\theta = 1, \ldots, \Theta$ eine. Diese Annahme klingt etwas artifiziell, weil derartige Finanzprodukte in der Praxis nicht gehandelt werden (s. Abschnitt 1.1). Bei näherem Hinsehen erweist sich die Annahme aber als abdingbar. Es gebe nun – allgemeiner – Θ Wertpapiere l mit Payoffs $a_{\theta l}$ in Zustand θ. Man kann das in der Payoff-Matrix

$$\mathbf{A} \equiv \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1l} & \cdots & a_{1\Theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{\theta 1} & \cdots & a_{\theta l} & \cdots & a_{\theta\Theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{\Theta 1} & \cdots & a_{\Theta l} & \cdots & a_{\Theta\Theta} \end{pmatrix}$$

zusammenfassen. Die Payoffs der Θ Wertpapiere in den Θ Umweltzuständen seien linear unabhängig. Ist es möglich, mit diesen Θ linear unabhängigen Assets eine AS θ zu reproduzieren (synthetisieren)?

Die Antwort ist: Ja, wenn es Wertpapiermengen $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_l, \ldots, x_\Theta)'$ gibt, so dass

$$\mathbf{Ax} \equiv \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1l} & \cdots & a_{1\Theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{\theta 1} & \cdots & a_{\theta l} & \cdots & a_{\theta\Theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{\Theta 1} & \cdots & a_{\Theta l} & \cdots & a_{\Theta\Theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_l \\ \vdots \\ x_\Theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

gilt, wobei die 1 in dem ganz rechten Vektor in Zeile θ steht. Dass es in der Tat ein $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_l, \ldots, x_\Theta)'$ gibt, die diese Gleichung lösen, folgt direkt aus der Annahme linearer Unabhängigkeit der Payoffs der einzelnen Assets. Dieses Argument gilt für jede AS θ, und damit folgt:

Theorem (Vollständigkeit des Finanzmarkts): *Alle in den Kapiteln 4 und 5 hergeleiteten Theoreme gelten auch dann, wenn zwar keine Märkte für ASs existieren, dafür aber Märkte, auf denen Θ Wertpapiere mit linear unabhängigen Payoffs gehandelt werden.*

Eine sich anschließende Frage ist: Bedarf es exotischer Finanzderivate, damit man Θ linear unabhängige Payoff-Vektoren hat? Stellen wir zur Klärung vorab die Frage: Ist der Aktienmarkt allein bereits hinreichend für das Vorliegen eines vollständigen Finanzmarkts? Das kommt darauf an, wie viele Firmen mit linear unabhängigen Produktionsniveaus $y^k_{j\theta}$ in den verschiedenen Zuständen θ es gibt. Beispiele, in denen der Aktienmarkt allein für Kapitalmarktvollständigkeit sorgt, sind leicht zu konstruieren. Gebe es beispielsweise Θ Firmen k, die nur ein Gut j herstellen. Die Vektoren der Produktionsmengen in den verschiedenen Zuständen $(y^k_{j1}, \ldots, y^k_{j\theta}, \ldots, y^k_{j\Theta})'$ seien linear unabhängig. Dann hat man Θ linear unabhängige Assets, und der Kapitalmarkt ist ohne weitere Finanzprodukte vollständig. Umgekehrt gilt aber: Gibt es nur wenige Firmen mit linear unabhängigen Produktionsvektoren, dann bewirkt der Aktienmarkt allein nicht Finanzmarktvollständigkeit, und man braucht weitere Finanzprodukte für eine Pareto-effiziente Risikoallokation. D.h.:

Theorem (Vollständigkeit des Finanzmarkts durch Aktien): *Die Vollständigkeit des Finanzmarkts ist nicht notwendigerweise durch den Aktienmarkt allein gewährleistet.*

Damit haben wir noch keine Antwort auf die Frage gefunden, ob es exotischer Finanzderivate bedarf, damit man Θ linear unabhängige Payoff-Vektoren hat. Jetzt geben wir die Antwort. Sie lautet: Nein. Kapitalmarktvollständigkeit kann i.d.R. mit einem einfachen System von Call-Optionen hergestellt werden (Ross, 1976, s. auch Danthine und Donaldson, 2001, Abschnitt 8.2). Eine *Call-Option* verbrieft das Recht (aber nicht die Pflicht), im zweiten Zeitpunkt ein Asset zu einem festgelegten Preis (strike price) s zu kaufen. Betrachten wir ein Asset mit Payoff a_θ in Zustand θ. Dann wird das Kaufrecht wahrgenommen, wenn $a_\theta > s$ ist. Der Payoff in Zeitpunkt 2 ist also

$$\max\{0, a_\theta - s\}.$$

Theorem (Komplettierung des Finanzmarkts mit Optionen, Ross): *Angenommen, es gibt ein Asset (oder ein Portfolio von Assets) mit in jedem Zustand θ unterschiedlichem Payoff a_θ ($\theta = 1, \ldots, \Theta$). Dann wird mit $\Theta - 1$ Call-Optionen mit Strike prices in Höhe von $a_1, \ldots, a_{\Theta-1}$ Kapitalmarktvollständigkeit erreicht.*

Beweis: Die Zustände seien so geordnet, dass $a_1 < a_2 < \ldots < a_\Theta$ gilt.

- Die Call option mit Strike price $s = a_1$ wird in allen Zuständen $\theta = 2, 3, \ldots, \Theta$ ausgeübt. Die resultierenden Payoffs $\max\{0, a_\theta - a_1\}$ in den Zuständen $\theta = 1, 2, 3, \ldots, \Theta$ lassen sich in dem Payoff-Vektor

$$\begin{pmatrix} 0 \\ a_2 - a_1 \\ a_3 - a_1 \\ \vdots \\ a_{\Theta-1} - a_1 \\ a_\Theta - a_1 \end{pmatrix}$$

  zusammenfassen.

- Die Call option mit Strike price $s = a_2$ hat den Payoff-Vektor

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 - a_2 \\ \vdots \\ a_{\Theta-1} - a_2 \\ a_\Theta - a_2 \end{pmatrix}.$$

- Usw. bis zur Option mit Strike price $s = a_{\Theta-1}$ und Payoff-Vektor

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ a_\Theta - a_{\Theta-1} \end{pmatrix}.$$

Das Asset selbst und die $\Theta - 1$ davon abgeleiteten Optionen bilden ein Finanzsystem mit einer Payoff-Matrix, die sich durch Nebeneinanderschreiben der Payoff-Vektoren ergibt:

$$\mathbf{A} \equiv \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_2 - a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_3 & a_3 - a_1 & a_3 - a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{\Theta-1} & a_{\Theta-1} - a_1 & a_{\Theta-1} - a_2 & \cdots & 0 \\ a_\Theta & a_\Theta - a_1 & a_\Theta - a_2 & \cdots & a_\Theta - a_{\Theta-1} \end{pmatrix}.$$

Die Payoff-Vektoren sind linear unabhänigig (und der Kapitalmarkt damit komplett), wenn die Determinante von $\mathbf{A}$ nicht null ist. Die Determinante entspricht dem Produkt der Einträge auf der Hauptdiagonalen:

$$|\mathbf{A}| = a_1(a_2 - a_1)(a_3 - a_2)\cdots(a_\Theta - a_{\Theta-1}).$$

Weil die a_θ's der Größe nach geordnet und per Annahme alle verschieden sind, ist $a_\theta - a_{\theta-1} > 0$ und damit auch $|\mathbf{A}| > 0$. Das beweist das Theorem.

In den Kapiteln 4 und 5 wurden die Vorteile für die Risikoteilung herausgestellt, die ein komplettes System von Finanzmärkten bieten. Jetzt sehen wir die Nützlichkeit von Derivaten bei der Kompletierung des Kapitalmarkts. Zusammen genommen stellt die Theorie Finanzinnovationen als einen nützlichen Weg zur Herstellung einer effizienten Risikoteilung heraus.

Ob das in der ökonomischen Realität genauso ist, lässt sich bezweifeln. Allzu oft hat man leider den gegenteiligen Eindruck von der Nützlichkeit neuer Märkte: Konzipiert, um Risiken abzusichern, werden sie in erster Linie für Risiken schaffende Spekulation genutzt. Diese Sichtweise ich sicherlich nicht haltlos. Mehr hierzu in Kapitel 7.

6.3 Arbitrage

Aus einem vollständigen System von ASs (vgl. Abschnitt 5.5) geht eine eindeutige Bepreisung von Wertpapieren (asset pricing) hervor. Betrachten wir ein Wertpapier a mit:

p_a: Preis des Assets a,

a_θ: Payoff von a in Zustand θ.

Bei Vorliegen eines vollständigen Systems von ASs muss der Preis p_a dem Wert der mit ASs-Preisen p_θ bewerteten Payoffs a_θ entsprechen. Ein wichtiger Begriff beim Beweis dieser Behauptung ist „Arbitrage“. *Ein Arbitragegeschäft ist eine Menge von Transaktionen, die im ersten Zeitpunkt einen positiven Erlös erbringen und im zweiten Zeitpunkt netto zu keinen Zahlungsverpflichtungen führen.*

Theorem (Arbitrage): *Liegt ein komplettes System von ASs vor, dann ist der Preis von a*

$$p_a = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta.$$

Ansonsten könnte durch Arbitrage das momentane Vermögen ohne Risiko unbegrenzt vermehrt werden.

Beweis: Sei

$$p_a > \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta.$$

Ein Anleger kann dann γ Einheiten von a emittieren („leer verkaufen“). Das liefert ihm einen Erlös von

$$\gamma p_a$$

im ersten Zeitpunkt und eine Zahlungsverpflichtung

$$\gamma a_\theta$$

im zweiten Zeitpunkt. Diese Zahlungsverpflichtung kann er neutralisieren („hedgen“), indem er für jeden Zustand θ genau γa_θ ASs kauft. Das bedeutet Kosten von

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \gamma a_\theta.$$

Die Differenz von Erlös und Kosten im ersten Zeitpunkt ist positiv:

$$\gamma p_a - \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \gamma a_\theta = \gamma \left(p_a - \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta \right) > 0.$$

D.h.: Es liegt ein Arbitragegeschäft vor. Mit steigendem γ nehmen die Arbitragegewinne unbegrenzt zu. Daher kann die Annahme $p_a > \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta$ nicht erfüllt sein.

Sei nun – anders herum –

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta > p_a.$$

Nun kann ein Anleger γ Einheiten von a zu Kosten

$$\gamma p_a$$

kaufen. Das bedingt den Erlös

$$\gamma a_\theta$$

im zweiten Zeitpunkt. Diesen Erlös kann er „hedgen“, indem er für jeden Zustand θ genau γa_θ ASs verkauft. Das liefert ihm im ersten Zeitpunkt einen Erlös von

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \gamma a_\theta.$$

Die Differenz von Erlös und Kosten im ersten Zeitpunkt ist positiv und steigt mit zunehmendem γ unbegrenzt:

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \gamma a_\theta - \gamma p_a = \gamma \left(\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta - p_a \right) > 0.$$

Es liegt also wieder ein Arbitragegeschäft (mit sofortigem Gewinn und ohne zukünftige Nettozahlungsverpflichtung) mit unbegrenzten Gewinnmöglichkeiten vor. Daher kann auch die Annahme $\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta > p_a$ nicht erfüllt sein.

Weil weder $p_a > \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta$ noch $\sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta > p_a$ gelten kann, folgt $p_a = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta a_\theta$.

Mit dem Arbitrage-Theorem sind wir nun in der Lage, Wertpapiere mit beliebigen zustandsabhängigen Zahlungen a_θ in unserem Zwei-Perioden-Modell zu bepreisen. Auf zwei Beispiele sind wir bereits gestoßen. In Abschnitt 5.2 haben wir den Wert q^k eines Unternehmens k als die mit ASs-Preisen p_θ bewerteten zustandsabhängigen Produktionswerte $p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k$ ausgedrückt:

$$q^k = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta \sum_{j=1}^{J} p_{j\theta}^{spot} y_{j\theta}^k.$$

Und in Abschnitt 5.4 haben wir von dem Ergebnis Gebrauch gemacht, dass der Preis eines Bonds, das im zweiten Zeitpunkt in jedem Zustand θ eine Einheit Einkommen liefert,

$$p_b = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta$$

entsprechen muss. Diese beiden Formeln waren wichtig für die Beweise von Pareto-Optimalität des Marktgleichgewichts in der Produktionsökonomie, Shareholder unanimity und Modigliani-Miller-Theorem. Als Asset-pricing-Formeln sind sie aber nicht sonderlich erhellend. Wir wenden uns nun zwei bekannten Beispielen zu: dem Capital Asset Pricing Model zur Aktienbewertung und der Bewertung von Optionen.

6.4 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Das Capital Asset Pricing Model (CAPM) wurde von Sharpe (1964) und Lintner (1965) entwickelt (die Darstellung hier folgt Allen und Gale, 2000, Abschnitt 7.2). Ausgangspunkt ist das Modell der

Stock market economy aus Abschnitt 5.2. (Üblicherweise leitet man das CAPM etwas anders her, nämlich indem man als Ausgangspunkt eine Return-Matrix **A** wie in Abschnitt 5.5 vorgibt. Für uns bietet sich aber die Stock market economy als Ausgangspunkt an, weil wir einige dafür abgeleitete Ergebnisse wieder verwenden können.) Zwei zusätzliche, vereinfachende, Annahmen werden benötigt:

- Es gibt nur ein Gut ($J = 1$), das in beiden Perioden als Numerairegut dient: $p_0 = p_{1\theta}^{spot} = 1$. Die Gesamtmenge im zweiten Zeitpunkt ist $\sum_{i=1}^{I} x_{1\theta}^i \equiv y_\theta$.

- Die Nutzenfunktion in der zweiten Periode ist quadratisch:

$$u^i(x_{11}^i, \ldots, x_{1\Theta}^i) = x_{1\theta}^i - \frac{\bar{b}^i}{2}(x_{1\theta}^i)^2.$$

Hiermit kann man die Formel für den Wert einer Aktie q^k anhand einer sehr einfachen Formel angeben. Konkret drückt diese Formel die erwartete Rendite Er_θ^k der Aktien eines Unternehmens k in Abhängigkeit von der Verzinsung einer sicheren Anlage r^F und der erwarteten Verzinsung des Markt-Portfolios (was das ist, wird gleich erklärt) Er_θ^M aus.

Theorem (CAPM, Sharpe, Lintner):

$$Er_\theta^k = r^F + \beta(Er_\theta^M - r^F)$$

mit $\beta \equiv Cov(r_\theta^k, r_\theta^M)/Var(r_\theta^M)$.

D.h. Die Risikoprämie für Unternehmen k ist proportional zur Risikoprämie des Marktes, und der Proportionalitätsfaktor β entspricht dem Verhältnis von Kovarianz der Firma mit dem Markt und Varianz des Marktes. Intuitiv: Aktien müssen sich um so höher verzinsen, je stärker sie sich mit dem Markt bewegen, denn einen um so geringeren Schutz gegen Schwankungen des Markts liefern sie.

Weil es nur ein Gut gibt und das das Numerairegut ist, vereinfacht sich die Formel für q^k aus Abschnitt 5.2 zu

$$q^k = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta y_{1\theta}^k.$$

Hier sieht man schon: Bei gegebenem Output ist der Aktienwert um so höher, je teurer die ASs in den Zuständen mit hohem Output sind.

Die Beweisidee ist: Unter der zusätzlichen Annahme quadratischen Nutzens im zweiten Zeitpunkt kann man die ASs-Preise ausrechnen. Einsetzen in die Formel für q^k und Umformen liefert dann die CAPM-Formel.

Wegen Nutzenmaximierung gilt

$$MRS^i_{1\theta,0} = \pi_\theta \left[\underbrace{\frac{1}{(v^i)'}}_{\equiv a^i} - \underbrace{\frac{\bar{b}^i}{(v^i)'}}_{\equiv b^i} x^i_{1\theta} \right] = \pi_\theta(a^i - b^i x^i_{1\theta}) = \frac{p_\theta p^{spot}_{1\theta}}{p_0} = p_\theta.$$

Aus $MRS^i_{1\theta,0} = MRS^{i'}_{1\theta,0}$ folgt

$$a^i - b^i x^i_{1\theta} = a^{i'} - b^{i'} x^{i'}_{1\theta}$$

$$x^{i'}_{1\theta} = \frac{a^{i'} - a^i}{b^{i'}} + \frac{b^i}{b^{i'}} x^i_{1\theta}$$

$$y_\theta = \sum_{i'=1}^{I} \frac{a^{i'} - a^i}{b^{i'}} + \sum_{i'=1}^{I} \frac{b^i}{b^{i'}} x^i_{1\theta}$$

$$x^i_{1\theta} = \frac{1}{\sum_{i'=1}^{I} \frac{b^i}{b^{i'}}} y_\theta + \frac{\sum_{i'=1}^{I} \frac{a^i - a^{i'}}{b^{i'}}}{\sum_{i'=1}^{I} \frac{b^i}{b^{i'}}}.$$

Einsetzen in die Formel für den Preis von Arrow securities $p_\theta = \pi_\theta(a^i - b^i x^i_{1\theta})$ liefert die gesuchten ASs-Preise:

$$\begin{aligned}
p_\theta &= \pi_\theta \left[a^i - b^i \left(\frac{1}{\sum_{i'=1}^{I} \frac{b^i}{b^{i'}}} y_\theta + \frac{\sum_{i'=1}^{I} \frac{a^i - a^{i'}}{b^{i'}}}{\sum_{i'=1}^{I} \frac{b^i}{b^{i'}}} \right) \right] \\
&= \pi_\theta \left(\underbrace{\frac{\sum_{i'=1}^{I} \frac{a^{i'}}{b^{i'}}}{\sum_{i'=1}^{I} \frac{1}{b^{i'}}}}_{\equiv a} - \underbrace{\frac{1}{\sum_{i'=1}^{I} \frac{1}{b^{i'}}}}_{\equiv b} y_\theta \right) \\
&= \pi_\theta(a - b y_\theta).
\end{aligned}$$

Das ist wieder wichtig: ASs sind teuer, wenn der betreffende Zustand wahrscheinlich ist und wenn der Marktoutput im betreffenden Zustand gering ist.

Einsetzen in die Formel für den Aktienwert ergibt:

$$\begin{aligned} q^k &= \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta (a - b y_\theta) y_{1\theta}^k \\ &= aE(y_{1\theta}^k) - bE(y_\theta y_{1\theta}^k). \end{aligned}$$

Der Rest des Beweises besteht aus Umformungen, die zur CAPM-Formel führen. Bezeichne mit r_θ^k die Rendite von Firma k: $1 + r_\theta^k = y_{1\theta}^k / q^k$. Analog bezeichne r^M die Rendite des Marktes: $1 + r^M = y_\theta / q^M$ mit q^M als Preis des Markt-Portfolios. Dann gilt:

$$1 = a(1 + Er_\theta^k) - bq^M E[(1 + r_\theta^k)(1 + r_\theta^M)].$$

Es gilt $E[(1 + r_\theta^k)(1 + r_\theta^M)] = Cov(r_\theta^k, r_\theta^M) + (1 + Er_\theta^k)(1 + Er_\theta^M)$, also:

$$1 = (1 + Er_\theta^k)[a - bq^M(1 + Er_\theta^M)] - bq^M Cov(r_\theta^k, r_\theta^M).$$

Betrachte ein sicheres Portfolio, das q^F kostet und immer $y_{1\theta}^k = 1$ auszahlt. Die Rendite r^F des sicheren Portfolios ergibt sich aus $1 + r^F = 1/q^F$, es korreliert nicht mit dem Markt: $Cov(r^F, r_\theta^M) = 0$. Anwenden der letzten Formel auf das sichere Portfolio ergibt:

$$\frac{1}{1 + r^F} = a - bq^M(1 + Er_\theta^M).$$

Anwenden der Formel auf das Markt-Portfolio ergibt:

$$1 = (1 + Er_\theta^M)[a - bq^M(1 + Er_\theta^M)] - bq^M Var(r_\theta^M).$$

Einsetzen der ersten Gleichung in die zweite liefert b:

$$b = \frac{Er_\theta^M - r^F}{(1 + r^F) q^M Var(r_\theta^M)}.$$

Substituieren der Formeln für $a - bq^M(1 + Er_\theta^M)$ und b in die Formel liefert schließlich die CAPM-Formel:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1 + Er_\theta^k}{1 + r^F} - \frac{(Er_\theta^M - r^F) Cov(r_\theta^k, r_\theta^M)}{(1 + r^F) Var(r_\theta^M)}. \\ Er_\theta^k &= r^F + \underbrace{\frac{Cov(r_\theta^k, r_\theta^M)}{Var(r_\theta^M)}}_{\equiv \beta} (Er_\theta^M - r^F) \end{aligned}$$

$$Er_\theta^k = r^F + \beta(Er_\theta^M - r^F).$$

Das CAPM-Modell ist aus vielen Gründen kritisiert worden: Die Anwendbarkeit leidet darunter, dass man β aus Vergangenheitswerten schätzen muss, und β's haben sich als recht volatil erwiesen. Empirische Tests liefern nicht immer eine gute Bestätigung des Modells. Dennoch ist das CAPM ein Meilenstein der modernen Finanzmarkttheorie und wird trotz aller Probleme weiter angewendet.

6.5 Optionsbewertung

Die neben der CAPM-Formel bekannteste Asset-pricing-Regel ist die Black-Scholes-Formel zur Bewertung von Optionen. Für die Herleitung der Black-Scholes-Formel braucht man ein mehrperiodiges Modell. Aber auch in unserem einfachen Zwei-Perioden-Rahmen lassen sich einige Erkenntnisse über die Bewertung von Optionen erzielen.

Die Idee dabei ist wieder: Wir rechnen ASs-Preise aus, um damit die zustandsabhängigen Payoffs von Optionen zu bewerten. Anders als im CAPM-Modell werden die ASs-Preise hier allerdings nicht durch die Parameter der Nutzenfunktion ausgedrückt. Vielmehr werden die ASs-Preise und damit anschließend die Optionswerte durch Bond-Preise und Aktienkurse ausgedrückt.

Um schnell zu einem Ergebnis zu kommen, treffen wir wieder zwei vereinfachende Annahmen:

- Es gibt nur zwei mögliche Zustände $\theta = 1, 2$.
- Ein Bond mit sicherem Payoff 1 im zweiten Zeitpunkt wird zum Preis p_b gehandelt. Eine Aktie mit Payoff $\tilde{y}$ wird zum Kurs q gehandelt. In Zustand 1 ist $\tilde{y} = y - \eta$, in Zustand 2 ist $\tilde{y} = y + \varepsilon$ $(y, \varepsilon, \eta > 0)$.

Gemäß dem Arbitrage-Theorem muss dann

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ y - \eta & y + \varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_b \\ q \end{pmatrix}$$

gelten. Auflösen nach den ASs-Preisen ergibt:

$$p_1 = \frac{\begin{vmatrix} p_b & 1 \\ q & y+\varepsilon \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ y-\eta & y+\varepsilon \end{vmatrix}} = \frac{p_b(y+\varepsilon)-q}{\varepsilon+\eta}$$

$$p_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & p_b \\ y-\eta & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ y-\eta & y+\varepsilon \end{vmatrix}} = \frac{q-p_b(y-\eta)}{\varepsilon+\eta}.$$

Eine Call-Option verbrieft, die – wie in Abschnitt 6.2 gesagt – das Recht verbrieft, im zweiten Zeitpunkt eine Aktie zum strike price s zu kaufen. Hiervon wird Gebrauch gemacht, wenn $\tilde{y} > s$ ist. Der Payoff in Zeitpunkt 2 ist also

$$x_{co} = \max\{0, \tilde{y} - s\}.$$

Angenommen, der strike price liegt zwischen den beiden möglichen Aktienkursen: $y - \eta < s < y + \varepsilon$. Dann ist

$$x_{co} = \begin{cases} 0; & \theta = 1 \\ y+\varepsilon-s; & \theta = 2 \end{cases},$$

und der Optionspreis ist

$$p_{co} = p_2(y+\varepsilon-s).$$

Ein triviales Ergebnis ist: Der Optionspreis p_{co} ist höher als der Preis p_{fl} eines Forward-Kontrakts, der (nicht das Recht, sondern) die Pflicht verbrieft, im zweiten Zeitpunkt die Aktie zum Preis s zu kaufen (long position). Denn gemäß Arbitrage-Theorem ist

$$p_{fl} = p_1 \underbrace{(y-\eta-s)}_{<0} + p_2(y+\varepsilon-s) < p_2(y+\varepsilon-s) = p_{co}.$$

Einsetzen der Formel für den AS-Preis p_2 liefert weiter:

$$p_{co} = \frac{q-p_b(y-\eta)}{\varepsilon+\eta}(y+\varepsilon-s).$$

Hier sieht man z.B., dass ein höherer strike price s den Optionspreis p_{co} senkt. Das interessanteste Ergebnis hier ist: Steigen sowohl ε als auch η, und zwar so, dass die Summe $\varepsilon+\eta$ konstant bleibt, dann nimmt der Optionswert p_{co} zu. Dies illustriert den allgemeineren Sachverhalt, dass Call-Optionen um so wertvoller sind, je volatiler das Wertpapier ist, auf das sie ein Kaufrecht verbriefen.

Eine *Put-Option* verbrieft das Recht (aber nicht die Pflicht), im zweiten Zeitpunkt eine Aktie zum festgelegten Preis (strike price) s zu *ver*kaufen. Weil von dem Recht nur Gebrauch gemacht wird, wenn $s > \tilde{y}$ ist, ist der Payoff in Zeitpunkt 2

$$x_{po} = \max\{0, s - \tilde{y}\}.$$

Unter der Annahme $y - \eta < s < y + \varepsilon$ ist

$$x_{po} = \begin{cases} s - (y - \eta); & \theta = 1 \\ 0; & \theta = 2 \end{cases},$$

und der Optionspreis ist

$$p_{po} = p_1[s - (y - \eta)].$$

Wieder ergibt sich trivial, dass der Optionspreis p_{po} höher ist als der Preis p_{fl} eines Forward-Kontrakts, der die Pflicht verbrieft, im zweiten Zeitpunkt die Aktie zum Preis s zu verkaufen (short position):

$$p_{fs} = p_1[s - (y - \eta)] + p_2 \underbrace{[s - (y + \varepsilon)]}_{<0} < p_1[s - (y - \eta)] = p_{po}.$$

Einsetzen der Formel für den AS-Preis p_2 zeigt wieder, dass höhere Volatilität in Form von Anstiegen von ε und η bei konstantem $\varepsilon + \eta$ den Optionswert p_{po} steigert:

$$p_{po} = \frac{p_b(y + \varepsilon) - q}{\varepsilon + \eta}[s - (y - \eta)].$$

6.6 Kapitalmarktunvollständigkeit

Es gibt gute Gründe zu vermuten, dass nicht genügend viele Kapitalmärkte entstehen (s. Allen und Gale, 2000, Abschnitt 14.3):

- Die Nutzung von Märkten wirft Informations- und Transaktionskosten auf. Daher wird nicht jeder jeden Finanzmarkt nutzen.

- Wird ein Finanzmarkt von wenigen genutzt, so ist die Nutzung für jeden einzelnen wegen geringer Liquidität in diesem Markt ebenfalls unvorteilhaft.

Das Vorliegen von Informationskosten kann aber auch zum exakt umgekehrten Problem führen, dazu, dass zu viele Märkte (redundante Märkte) da sind und die Anleger zu hohe Informationskosten ausgeben müssen, bevor sie für sie passende Anlagemöglichkeiten finden.

Hierzu ein Beispiel. Betrachte einen risikoneutralen Investor, der drei mögliche Finanzanlagen $i = 1, 2, 3$ hat, die für ihn die Nutzen u_i implizieren. Der Investor kann diese Nutzen a priori nicht beurteilen. Wenn er aber Kosten in Höhe von 2 eingeht, erwischt er jede der drei Anlageformen mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 1/3 und kann dann beurteilen, um was für eine Anlage es sich handelt.

i	1	2	3
u_i	3	-18	12

Er könnte uninformiert, per Zufall, eine Anlage wählen. Das würde aber einen negativen Nutzen bedeuten:

$$v = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{3} u_i = -1.$$

Wie hoch ist der Erwartungsnutzen informierten Invstierens? Angenommen der Anleger hat bereits die Möglichkeit, in ein 1-Projekt zu investieren, dann wird er trotzdem zu den Kosten von 2 weitersuchen, denn mit Wahrscheinlichkeit 1/3 verbessert er seinen Payoff um 9 (von 3 auf 12). Er sucht, bis er ein 3-Papier gefunden hat, im Durchschnitt also dreimal. Somit ist sein Erwartungsnutzen bei informierter Anlage:

$$v = 12 - 3 \cdot 2 = 6.$$

Nun nehmen wir an, es gebe die Anlageform 1 nicht, die ja einen positiven Nutzen $u_1 = 3$ hat, so dass man mit Wahrscheinlichkeiten von jeweils 1/2 Anlagen mit $u_2 = -18$ und $u_3 = 12$ trifft. Uninformierte

Anlage ist wieder nicht lohnend:

$$v = \sum_{i=2}^{3} \frac{1}{2} u_i = -3.$$

Informierte Anleger suchen, bis sie eine 3-Anlage gefunden haben, im Durchschnitt zweimal, und erhalten einen Erwartungsnutzen

$$v = 12 - 2 \cdot 2 = 8.$$

Oben war $v = 6$, nach Wegnahme einer Anlageform ist $v = 8$. Dieses Beispiel beweist also:

Theorem: *Bei Vorliegen von Informationskosten kann eine Verminderung der Anzahl verschiedener (positivwertiger) Anlageformen den Nutzen der Finanzanleger erhöhen.*

Literatur

Allen, Franklin und Douglas Gale (2000), *Comparing Financial Systems*, MIT Press.

Danthine, Jean-Pierre und John B. Donaldson (2001), *Intermediate Financial Theory*, Upper Saddle River: Prentice Hall.

Lintner, J. (1965), „The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets“, *Review of Economics nd Statistics* 47, 13-37.

Ross, S. (1976), „Options and Efficiency“, *Quarterly Journal of Economics* 90, 75-89.

Sharpe, William F. (1964), „Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk“, *Journal of Finance* 19, 425-42.

Kapitel 7

Kapitalmarkteffizienz

7.1 Das Random-walk-Verhalten von Aktienkursen

S. hierzu die Abschnitte VIII.1-VIII.4 (S. 271-284) und VIII.6 (S. 290-292) in Arnold (2003).

Eine alternative Herleitung des Resultats, dass Aktienkurse Q_t den erwarteten zukünftigen Kursen $E_t(Q_{t+1})$ entsprechen, erfolgt über die Bepreisung von Assets mit ASs. Bei Risikoneutralität entspricht der Preis p_θ von AS θ der Wahrscheinlichkeit π_θ von Zustand θ:

$$p_\theta = \pi_\theta.$$

Seien $Q_{\theta,t+1}$ die möglichen Werte des Aktienkurses in verschiedenen möglichen Zuständen θ in $t+1$. Gemäß Asset pricing mit ASs gilt dann:

$$Q_t = \sum_{\theta=1}^{\Theta} p_\theta Q_{\theta,t+1} = \sum_{\theta=1}^{\Theta} \pi_\theta Q_{\theta,t+1} = E_t(Q_{t+1}).$$

7.2 Aktienkurse und Fundamentaldaten

Bisher wurde gezeigt, dass Kurs*änderungen* rein zufällig sind. Aber wie bestimmt sich das *Niveau* der Kurse? Eine Antwort ist: durch die wirtschaftlichen Fundamentaldaten des Marktes; der Kurs einer

Aktie entspricht dem erwarteten Barwert der Dividendenzahlungen, auf die die Aktie einen Anspruch verbrieft. Also werden jetzt Zinsen und Dividenden berücksichtigt. Die Dividenden seien einfachheitshalber konstant und werden mit D bezeichnet. Der Zins für sichere Anlagen (z.B. Staatsanleihen) ist i. Gleichgewichtige Aktienkurse müssen die Arbitragegleichung

$$E_t(Q_{t+1} - Q_t) + D = iQ_t$$

erfüllen. Offensichtlich ist die ewige Rente der Dividendenzahlungen ein Gleichgewichtskurs:

Satz: *$Q_t = D/i$ ist ein Gleichgewichtskurs.*

Wie bei den kurzen Horizonten ohne Zinsen und Dividenden ist das aber nicht der einzige Gleichgewichtskurs:

Satz: *Für alle B_t („Noise“) mit*

$$B_{t+1} = (1+i)B_t + \varepsilon_{t+1}$$

ist $Q_t = D/i + B_t$ auch ein Gleichgewichtskurs.

Das folgt aus der Arbitrage-Gleichung:

$$E_t(Q_{t+1} - Q_t) + D = iQ_t$$

$$E_t\left[\left(\frac{D}{i} + B_{t+1}\right) - \left(\frac{D}{i} + B_t\right)\right] + D = i\left(\frac{D}{i} + B_t\right)$$

$$E_t(B_{t+1} - B_t) + D = D + iB_t$$

$$E_t(B_{t+1}) = (1+i)B_t.$$

Die letzte Gleichung ist offensichtlich erfüllt.

Ein Beispiel ist:

Satz: *Für jede Bubble*

$$B_{t+1} = \begin{cases} (1+i)\frac{B_t}{p}; & W\text{'}keit\, p \\ \eta_{t+1}; & W\text{'}keit\, 1-p \end{cases}$$

(mit $0 < p < 1$ und $E_t(\eta_{t+1}) = 0$) ist $Q_t = D/i + B_t$ ein Gleichgewichtskurs.

Das folgt direkt aus

$$E_t(B_{t+1}) = p(1+i)\frac{B_t}{p} + (1-p)E_t(\eta_{t+1}) = (1+i)B_t.$$

7.3 Der Markt für Unternehmenskontrolle

Berle und Means (1932) wiesen auf die allgemeine Trennung von Eigentum und Kontrolle (separation of ownership and control) in kapitalistischen Industrien hin. Dies wirft die Frage auf, ob und inwieweit die Manager im Interesse der Aktionäre handeln. Manne (1965) argumentierte, dass die Existenz eines funktionierenden Aktienmarkts sichert, dass die Manager im Interesse der Eigentümer handeln. Denn der Aktienwert eines Unternehmens spiegelt dessen Wert wider. Schlecht geführte Unternehmen haben einen niedrigen Wert. Folglich kann sie ein anderes Unternehmen billig kaufen, effizient gestalten und den Wertzuwachs realisieren. Somit ist der Aktienmarkt ein effektiver Markt für Unternehmenskontrolle (market for corporate control). Formal: Bezeichne $\underline{v}$ den Wert bei schlechtem Management, $\overline{v}$ ($> \underline{v}$) den Wert bei effizientem Management und c (> 0) die administrativen und organisatorischen Kosten eines Takeovers. Sei c hinreichend klein. Dann ist der Gewinn der übernehmenden Firma positiv:

$$\overline{v} > \underline{v} + c.$$

Bubbles sind offensichtlich ein Problem für den Markt für Unternehmenskontrolle: Spiegeln sich in Aktienkursen nicht fundamentale Unternehmensbewertungen wider, so kann der Markt für Unternehmenskontrolle nicht funktionieren.

Grossman und Hart (1980) zeigten, dass obiges Ergebnis für die Effizienz des Markts für Unternehmenskontrolle ohnehin irreführend ist. Denn es setzt voraus, dass der Bieter die unterbewerteten Aktien zum unterbewerteten Preis aufkaufen kann. Werden die Aktionäre aber die Aktien zu diesem Preis anbieten? Nein, denn sie wissen ja, dass sie durch Halten die Wertsteigerung, die das effiziente Management herbeiführt, selbst realisieren können! Es herrscht ein Free-rider-Problem: Weil jeder die

Effizienzgewinne einstreichen möchte, verkauft niemand seine Aktien, das ineffiziente Management bleibt, die Effizienzgewinne kommen nicht zustande. Formal: Die Aktionäre bieten ihre Anteile nur zu Preisen p an, so dass

$$p \geq \overline{v}.$$

Die übernehmende Firma bietet p nur, wenn

$$\overline{v} \geq p + c.$$

Zusammen folgt $p \geq \overline{v} \geq p + c > p$, ein Widerspruch.

Theorem (Grossman und Hart): *Der Markt für Unternehmenskontrolle funktioniert wegen Free-rider-Verhaltens nicht.*

In den USA sind Takeovers gängig: Zwischen 1980 und 1995 wurden 10% der 500 Firmen des Fortune-500-Index Opfer einer Übernahme, die feindlich begann. In Deutschland gab es dagegen nur drei feindliche Übernahmen zwischen 1945 und 1994. Die empirische Evidenz, ob Takeovers tatsächlich zu Wertsteigerungen führen, ist nicht schlüssig. Dass in Deutschland trotz der praktischen Nicht-Existenz eines Markts für Unternehmenskontrolle kein offensichtliches Missmanagement vorliegt, wird u.a. dem Hausbankensystem zugeschrieben (z.B. von Stiglitz): Die Hausbanken haben tiefen Einblick in das Geschäftsgebaren ihrer Kunden und ein essentielles Interesse an effizientem Management, das sie als Gegenleistung für die Finanzierung einfordern und auch überwachen.

Vgl. Allen und Gale (Kap. 4, insbes. S. 79-81 und 97-107).

Anhang: Zur Möglichkeit von Bubbles bei symmetrischer Information

Die Aussage, dass im betrachteten Modell bei rationalen Erwartungen Bubbles möglich sind, ist in mehrfacher Hinsicht relativierungsbedürftig (s. Tirole (1982) für den hier behandelten Fall mit Risikoneutralität sowie Diba und Grossman (1988) Santos und Woodford (1997) für den Fall mit Risikoaversion). Wir müssen dazu etwas genauer hinschauen, z.B. Papiere mit begrenzter (z.B. 30-jährige

Bonds)und unbegrenzter Laufzeit (z.B. Aktien) sowie Ökonomien mit begrenzter und unbegrenzter Anzahl von Individuen unterscheiden.

- Ein erster Einwand ist: *Angenommen, es gibt in jedem Zeitpunkt mindestens ein Individuum, das potenziell handelt. Dann gibt es keine negativen Bubbles.*
  - Angenommen, es gibt Anleger mit einem Planungshorizont, der mindestens so lang ist wie die Laufzeit eines Papiers. Dann können diese Anleger Einzahlungen in Höhe des Fundamentalwerts des Papiers realisieren, indem sie das Papier kaufen und bis zur Fälligkeit halten. Weil der Kaufpreis (bei einer Aktie: Q_t) bei Vorliegen einer negativen Bubble ($B_t < 0$) unterhalb des Fundamentalwerts (D/i) liegt ($Q_t = D/i + B_t < D/i$), erhöhen sie mit jeder gekauften Aktie ihr Einkommen und damit ihren Nutzen.Also hätten sie eine unbegrenzte Nachfrage nach der Aktie, was mit einem Marktgleichgewicht nicht vereinbar ist.
  - Gibt es nicht Anleger, deren Planungshorizonte mindestens so lang wie die Laufzeit eines Papiers sind, dafür aber in jedem Zeitpunkt potenzielle Käufer, dann wird man beim Verlassen des Markts einen Abnehmer für das unterbewertete Papier finden.
- Ebenfalls einfach ist es, positive Bubbles auf Assets mit begrenzter Laufzeit auszuschließen: *Es gibt keine positiven Bubbles auf Assets mit endlicher Laufzeit.* Das lässt sich per Rückwärtsinduktion beweisen. Ein Asset mit einer positiven Bubble ist überbewertet. Man wird es nur kaufen oder halten, wenn man davon ausgeht, es noch stärker überbewertet wieder verkaufen zu können. Bei einem Papier mit endlicher Laufzeit geht das in der letzten Periode vor Fälligkeit nicht, weil der Halter bei Fälligkeit nur den Fundamentalwert ausbezahlt bekommt. Dann wird sich aber auch in der vorletzten Periode vor Fälligkeit kein Käufer finden, usw.
- Dieses Argument funktioniert bei Assets mit unbegrenzter Laufzeit nicht. Hier kann man Bubbles nicht unter ähnlich allgemeinen Bedingungen ausschließen. In der Regel lassen sich Bubbles aber mit dem Argument ausschließen, dass sie über kurz oder lang „zu groß“ werden. Mit der Wahrscheinlichkeit p^t ist eine Bubble nach t Perioden noch nicht geplatzt und jede Periode um

den Faktor $(1+i)/p$ gewachsen.

– Angenommen, die Gesamtwirtschaft wächst nicht. Dann übersteigt der Wert der Bubble nach gewisser Zeit die Werte aller Realvermögensgegenstände in der Ökonomie, und die Inhaber der Bubble-behafteten Papier können damit die ganze Ökonomie kaufen.

– Ein ähnliches Argument gilt auch in wachsenden Ökonomien. Wachse die Ökonomie mit Rate g, d.h. von Periode zu Periode um den Faktor $1+g$. Wegen Risikoneutralität (linearer Nutzenfunktion) entspricht der Zinssatz i der Diskontrate der Individuen. Damit der intertemporale Nutzen einen endlichen Wert annimmt, muss die Diskontrate größer sein als die Wachstumsrate: $i > g$. Daraus folgt aber

$$\frac{1+i}{p} > 1+g.$$

D.h.: Bubbles wachsen schneller als die Gesamtwirtschaft, so dass – mit geringer Wahrscheinlichkeit – die Bubbles größer werden als die ganze Ökonomie.

- *Ist die Anzahl von Anlegern $i = 1,\ldots,I$ endlich ($I < \infty$), dann gibt es keine Bubbles.* Betrachten wir eine Aktie mit Gleichgewichtskurs

$$Q_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D}{(1+i)^t} = \frac{D}{i}.$$

Individuum i hält zum Zeitpunkt der Dividendenzahlung in t einen Teil x_t^i der X emittierten Aktien. Die Anfangsbestände x_0^i in $t=0$ sind vorgegeben. Bezeichne v^i den Kapitalwert von Individuum i's Dividendenzahlungen Dx_t^i ab $t=1$ sowie allen Transaktionen $x_{t+1}^i - x_t^i$ ab $t=0$:

$$v^i \equiv \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Dx_t^i}{(1+i)^t} - \sum_{t=0}^{\infty} \frac{x_{t+1}^i - x_t^i}{(1+i)^t}.$$

Individuum i könnte in $t=0$ seinen Anfangsbestand verkaufen und damit $Q_0 x_0^i$ erlösen. Als Nutzenmaximierer darf er nicht schlechter abschneiden als so:

$$v^i \geq Q_0 x_0^i.$$

Aufsummieren der v^i's ergibt:

$$\sum_{i=1}^{I} v^i = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D \overbrace{\sum_{i=1}^{I} x_t^i}^{=X}}{(1+i)^t} - \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\overbrace{\sum_{i=1}^{I} (x_{t+1}^i - x_t^i)}^{=0}}{(1+i)^t} = X \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D}{(1+i)^t} = \frac{D}{i} X$$

(die Summation über alle i ist nur dann sinnvoll durchführbar, wenn I endlich ist, daher die Annahme). Aufsummieren der Bedingung dafür, dass man nicht schlechter abschneidet als mit sofortigem Verkauf der Anfangsbestände, ergibt:

$$\sum_{i=1}^{I} v^i \geq Q_0 \underbrace{\sum_{i=1}^{I} x_0^i}_{=X} = Q_0 X.$$

Zusammen genommen folgt:

$$Q_0 \leq \frac{D}{i}.$$

Für jeden Zeitpunkt nach $t = 0$ erfolgt die Argumentation analog. D.h.: Es kann bei einer endlichen Zahl von Anlegern nicht nur keine negativen, sondern auch keine positiven Bubbles geben.

Diese Überlegungen zeigen, dass die im laufenden Text konstruierten Bubbles bei genauerem Hinsehen unter recht allgemeinen Annahmen nicht mit rationalen Erwartungen und einem Gleichgewicht in unserem Modell vereinbar sind. Wir dürfen aber nicht vergessen, dass das ein Modell mit einem hohen Grad an unterstellter Rationalität ist. Als Fazit lässt sich also festhalten, dass bei symmetrisch verteilter Information ein gewisser Grad an Irrationalität für Bubbles notwendig ist. Statt ein wenig Irrationalität zu unterstellen, kann man auch von der Annahme symmetrisch verteilter Information abgehen. Einen Überblick über Bubbles bei asymmetrischer Information gibt Brunnermeier (2001).

Literatur

Allen, Franklin und Douglas Gale (2000), *Comparing Financial Systems*, MIT Press.

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Berle, A. und G. Means (1932), *The modern Corporation and Private Property*, Commerce Clearing House.

Blanchard, Olivier J. (1979), „Speculative bubbles, crashes and rational expectations", *Economics Letters* 3, 387-9.

Brunnermeier, Markus K. (2001), *Asset Pricing Under Asymmetric Information*, Oxford: Oxford University Press.

Diba, Bahzad T. und Herschel I. Grossman (1988), „'The Theory of Rational Bubbles in Stock Prices", *Economic Journal* 98, 746-54.

Grossman, Sanford und Oliver Hart (1980), „Takeover Bids, the Free-Rider Problem, and the Theory of the Corporation", *Bell Journal of Economics* 11, 42-64.

Manne, H. (1965), „Mergers and the Market for Corporate Control", *Journal of Political Economy* 73, 110-20.

Santos, Manuel S. und Michael Woodford (1997), „Rational Asset Pricing Bubbles", *Econometrica* 65, 19-57.

Tirole, Jean (1982), „On the Possibility of Speculation Under Rational Expectations", *Econometrica* 50, 1163-81.

Teil III

Die Vorzüge von Banken: Investitionsfinanzierung

Kapitel 8

Asymmetrische Information I: Adverse Selektion

In Teil II wurde herausgestellt, dass Finanzmärkte eine wichtige Rolle bei der Risikoallokation (der ersten Hauptfunktion von Finanzmärkten, s. Abschnitt 1.1) spielen. In Teil III der Vorlesung argumentieren wir, dass Banken dagegen Vorzüge bei der Investitionsfinanzierung (der zweiten Hauptfunktion von Finanzmärkten, vgl. Abschnitt 1.1) aufweisen. Wir werden sehen, dass bei Vorliegen asymmetrischer Information (s.u.) Finanzmärkte tendenziell schlecht funktionieren und dass Banken Abhilfe schaffen können.

Bei asymmetrischer Information (eine Marktseite hat Informationen, die die andere Marktseite nicht hat) funktionieren Märkte grundlegend anders als bei symmetrischer Information.

Auf dem Kapitalmarkt haben Kapitalnehmer aus Sicht der Kapitalgeber *versteckte Eigenschaften*. Das führt zu *adverser Selektion*: Die im Markt aktiven Kapitalnehmer sind kein repräsentativer Querschnitt, sondern eine Negativauswahl riskanter Investoren.

Das bedeutet Ineffizienz des Marktgleichgewichts. Möglicherweise kommt es zu *Kreditrationierung* oder *finanzieller Fragilität*, oder es werden unabhängig vom Kapitalangebot immer *nur die riskantesten*

Projekte finanziert.

S. die Abschnitte VII.1-VII.6 (S. 205-228) in Arnold (2003).

Literatur

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Kapitel 9

Asymmetrische Information II: Moral hazard

Auf dem Kapitalmarkt können Kapitalnehmer unbeobachtet von den Kapitalgebern aufgenommene Mittel verschiedenen Verwendungen zuführen (*versteckte Handlungen*). Das führt zu *Moral hazard*: Die Kapitalnehmer verwenden das Kapital nicht im von den Kapitalgebern präferierten Sinne.

Das bedeutet wieder Ineffizienz des Marktgleichgewichts sowie möglicherweise Kreditrationierung.

Banken können vor dem Hintergrund dieses und des letzten Kapitels als Unternehmen aufgefasst werden, die darauf spezialisiert sind, Informationen über Kapitalnehmer zu verarbeiten und so Probleme adverser Selektion (durch *Screening*) und Moral hazards (durch Kontrolle) zu mildern. Hierzu sind sie wegen ihres großen Anteils an der Finanzierung einzelner Unternehmen (Free riding unmöglich) und wegen der lang anhaltenden Geschäftsbeziehungen (Kapitalnehmer können Reputation für eine sachgerechte Mittelverwendung aufbauen) prädestiniert.

S. die Abschnitte VII.7-VII.9 (S. 229-243) in Arnold (2003).

Literatur

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Kapitel 10

Asymmetrische Information III: Costly state verification

10.1 Schuldverträge

Wir haben durchgehend *angenommen*, dass Finanzkapital in Form von festverzinslichen Titeln erhoben wird (Kredite, Bonds). Empirisch ist das eine gut zutreffende Annahme (s. Kasten). Nun zeigen wir, dass festverzinsliche Schulden (Standard-Schuldverträge) als *optimale* Finanzierungsart *hergeleitet* werden können, wenn es Kosten aufwirft zu überprüfen, ob ein Kapitalnehmer lügt oder die Wahrheit sagt, wenn er behauptet, dass er eine vereinbarte Summe nicht zurückzahlen kann. Das ist der sogenannte *Costly-state-verification*-Ansatz von Gale und Hellwig (1985).

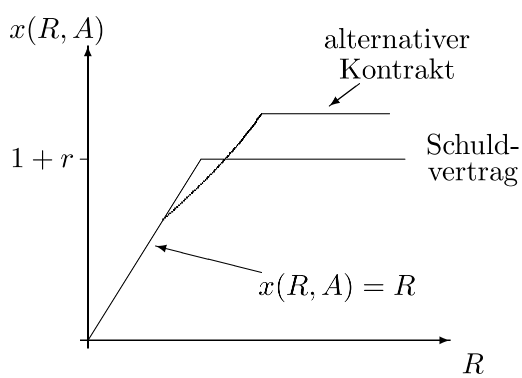
Die Wichtigkeit von Standard-Schuldverträgen
S. Arnold (2003), Kasten V.4, S. 139.

10.2 Modell

Bezeichne R die möglichen Payoffs eines Investitionsprojekts mit Input 1. $R \in [0, \bar{R}]$ mit Verteilungsfunktion $H(R)$. Es besteht asymmetrische Information: Der Investor kennt R, der Kapitalgeber muss γ Einheiten Output (Monitoring-Kosten) aufwenden, um R beobachten zu können (Costly state verification). Der Investor macht eine Angabe A darüber, wie hoch sein Payoff ist. Der Kapitalgeber kann das glauben oder durch Monitoring überprüfen. Der Finanzkontrakt legt Rückzahlungen $x(R, A)$ fest, die von der gemachten Angabe A und vom wirklichen Payoff R abhängen. Ein Schuldvertrag liegt vor, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind (s. Abbildung):

- Es wird eine feste Rückzahlung $x(R, A) = 1 + r$ vereinbart.
- Gibt der Schuldner ein A an, so dass er die Rückzahlung $1 + r$ nicht leisten kann, so erfolgt Monitoring, und der Gläubiger erhält die Ansprüche auf das gesamte Vermögen: $x(R, A) = R$.

Die Kapitalgeber verlangen eine exogen vorgegebene Rendite ρ auf ihren Kapitaleinsatz. Die Kapitalnehmer sind risikoneutral. Der optimale Finanzkontrakt maximiert ihren Erwartungsnutzen unter der Nebenbedingung, dass die Kapitalgeber $1 + \rho$ erhalten.



10.3 Optimaler Finanzkontrakt

Wir suchen nun den optimalen Finanzkontrakt. Das ist ein schwieriges Unterfangen. Hier wird nicht in einer oder in mehreren *Variablen* maximiert, sondern aus der unbegrenzt großen *Menge möglicher*

Finanzkontrakte wird das beste Element gesucht.

Theorem (Gale und Hellwig): *Der optimale Finanzkontrakt ist ein Schuldvertrag.*

Beweis: Bezeichne $A(R)$ die Funktion, die angibt, welche Angabe A der Schuldner beim realisiertem Payoff R macht ($A(R)$ wird erst später bestimmt, hier reicht es anzunehmen, dass eine solche Zuordnung existiert). Damit gibt $x[R, A(R)]$ die Rückzahlung bei Payoff R an. Bezeichne weiter D und S die Mengen von Payoffs R, bei denen die Angabe $A(R)$ Monitoring nicht auslöst bzw. auslöst:

$$S \equiv \{R | A(R) \text{ bedingt kein Monitoring}\}$$

$$D \equiv \{R | A(R) \text{ bedingt Monitoring}\}$$

(wie diese Mengen genau aussehen, wird ebenfalls erst später bestimmt). Zwei wichtige Beobachtungen über den optimalen Kontrakt sind:

- *Für alle Payoffs $R \in S$ ist die Rückzahlung einheitlich.* Von R kann sie nicht abhängen, weil R ohne Monitoring dem Kapitalgeber unbekannt ist. Würde sie von A abhängen, dann würde der Schuldner immer die Angabe A mit der geringsten Rückzahlung $x(R, A)$ machen. Im folgenden wird diese einheitliche Rückzahlung $1 + r$ genannt:

$$x[R, A(R)] = 1 + r, \quad R \in S.$$

- *Für alle Payoffs $R \in D$ ist die Rückzahlung maximal:*

$$x[R, A(R)] = R, \quad R \in D.$$

Der Erwartungsnutzen des Investors lässt sich als

$$E(U) \equiv \int_{D \cup S} \{R - x[R, A(R)]\} dH(R)$$

schreiben und die Annahme, dass die Kapitalgeber die vorgegebene Verzinsung ρ verlangen, als

$$1 + \rho = \int_{D \cup S} x[R, A(R)] dH(R) - \gamma \int_D dH(R)$$

Addieren der beiden Gleichungen liefert mit $\int_{D\cup S} R\,dH(R) = E(R)$:

$$E(U) = E(R) - (1+\rho) - \gamma \int_D dH(R).$$

Der optimale Finanzkontrakt muss also die Monitoring-Wahrscheinlichkeit $\int_D dH(R)$ minimieren. Dazu muss die Rückzahlung im Falle von Monitoring maximal sein. Ansonsten könnte in dem betreffenden Zustand $x[R, A(R)]$ erhöht werden und im Gegenzug die vereinbarte Rückzahlung r gesenkt werden, so dass Monitoring unwahrscheinlicher würde und so die erwarteten Monitoring-Kosten senkt.

Zusammen genommen, folgt:

$$x[R, A(R)] = \begin{cases} 1+r, & R \in S \\ R, & R \in D \end{cases}.$$

Wir können jetzt auch die Funktion $A(R)$ und die Mengen D und S bestimmen. Zunächst zu den Angaben der Investoren:

- Wird eine Angabe $A(R) \geq 1+r$ gemacht, dann besteht kein Anreiz für Monitoring:

$$S = \{R | R \geq 1+r\}.$$

- Bei $A(R) < 1+r$ muss überprüft werden, weil die Schuldner sonst immer die Angabe machen würden, die zur geringsten Rückzahlung führt:

$$D = \{R | R < 1+r\}.$$

Für die Kapitalnehmer ist es nie nachteilhaft, die Wahrheit zu sagen (das ist nach dem sogenannten „Revelation principle“ eine allgemeine Eigenschaft optimaler Kontrakte):

$$A(R) = R.$$

- Ist $R < 1+r$, so müssen sie eingestehen, dass $R < 1+r$ ist, weil sie $1+r$ nicht zurückzahlen können. Welches $R < 1+r$ sie dann angeben, ist egal, weil ohnehin Monitoring erfolgt und das gesamte Vermögen an den Gläubiger übergeht. Also ist $A(R) = R$ optimal.

- Ist $R \geq 1 + r$, so ist es vorteilhaft anzugeben, dass $R \geq 1 + r$ ist. So behalten die Investoren $R - (1 + r) \geq 0$. Andernfalls erfolgt Monitoring, das gesamte Vermögen R geht auf die Gläubiger über, und dem Investor verbleibt nichts. Also ist $A(R) = R$ optimal.

Zusammengefasst:

$$R < 1 + r \Rightarrow A(R) = R < 1 + r \Rightarrow A(R) \in D \Rightarrow x[R, A(R)] = R$$

$$R \geq 1 + r \Rightarrow A(R) = R \geq 1 + r \Rightarrow A(R) \in S \Rightarrow x[R, A(R)] = 1 + r$$

oder

$$x[R, A(R)] = \begin{cases} 1 + r, & R \geq 1 + r \\ R, & R < 1 + r \end{cases} .$$

Der Zins r schließlich wird durch die Bedingung

$$1 + \rho = \int_0^{1+r} (R - \gamma) dH(R) + \int_{1+r}^{\bar{R}} (1 + r) dH(R)$$

festgelegt.

Literatur

Gale, Douglas und Martin Hellwig (1985), „Incentive-Compatible Debt Contracts I: The One-Period Problem“, *Review of Economic Studies* 52, 647-64.

Kapitel 11

Liquidität

In den bisherigen Kapiteln von Teil III haben wir die Vorteile von Banken bei der Unternehmensfinanzierung herausgearbeitet. Banken haben einen weiteren gewichtigen Vorzug: Sie führen (neben einer Risiko- und einer Größentransformation auch) eine *Fristentransformation* aus: Ihre Aktiva sind wesentlich langfristiger als ihre Passiva. M.a.W.: Obwohl sie langfristige Kredite auslegen, bieten sie ihren Einlegern eine hohe Liquidität. Girokonten besipielsweise sind jederzeit belastbar.

Durch die Fristentransformation enthält der Bankensektor aber ein inhärentes Instabilitätsproblem: Werden die Einlagen schnell zurückgefordert, so haben Banken nicht genügend Liquidität. Ohne Regulierungen können daher Bank runs als selbsterfüllende Erwartungen passieren: Erwarten alle, dass aller anderen ihre Einlagen früh abziehen, so ist es rational, mit den anderen zur Bank zu rennen, weil nach Liquidierung der langfristigen Bankaktiva für die „Geduldigen" nichts übrig bleibt. Das bedeutet, dass ökonomisch eigentlich irrelevante Dinge (z.B. Sonnenflecken) einen Einfluss auf die Realwirtschaft gewinnen können: Koordiniert eine ökonomisch eigentlich irrelevante Sache die Erwartungen, dann bestimmt sie die Gleichgewichtsauswahl.

Das Bank-run-Problem würde sich nicht stellen, wenn die Banken statt Sichteinlagekontrakten Kontrakte schrieben, die es nur ungeduldigen Konsumenten erlauben, früh ihr Geld abzuheben. Diese Möglichkeit besteht aber dann nicht, wenn es für die Banken nicht beobachtbar ist, ob ein Anleger geduldig ist oder nicht. Insofern können auch Bank runs als ein Problem asymmetrischer Information aufgefasst werden. Vor dem Hintergrund des Arrow-Modells aus Kapitel 4 besteht das Problem, das zum ineffizienten Bank run führen kann, darin, dass wegen der Nichtbeobachtbarkeit der Typen Zahlungen nicht vollständig von der Realisierung von Zufallsvariablen abhängig gemacht werden können.

Das Modell hierzu stammt von Diamond und Dybvig. S. Arnold (2003), VII.11-VII.13, S. 246 ff.

Literatur

Arnold, Lutz (2003), *Makroökonomik. Eine Einführung in die Theorie der Güter-, Arbeits- und Finanzmärkte*, Tübingen: Mohr Siebeck.

Diamond, Douglas W. und Philip H. Dybvig (1983), „Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity“, *Journal of Political Economy* 91, 401-19.

Teil IV

Schlussfolgerungen

Die Vorteile von Marktsystemen liegen in:

- der schnellen Verarbeitung von Information in Aktienkursen und damit
- der Bereitstellung eines Markts für Unternehmenskontrolle
- und vorallererst in den bereitgestellten Möglichkeiten der Risikoteilung.

Diese Vorteile sind zu relativieren, da Aktienkurse auch auf irrelevante Informationen reagieren (Noise, Bubbles), da der Markt für Unternehmenskontrolle wegen Free-rider-Verhaltens allenfalls sehr unvollkommen funktionieren kann (Grossman und Hart) und da Vollständigkeit des Kapitalmarkts eine extrem anspruchsvolle Bedingung ist.

Den Vorteilen von Marktsystemen lässt sich gegenüberhalten,

- dass Banken über eine Fristigkeitstransfomration eine gute Liquiditätsversicherung bieten können (wobei die Anfälligkeit gegen spekulative Bank runs durch Einlagenversicherung, einen LLR und eine Mögliche Aussetzung der Zahlungsverpflichtung vermieden werden kann),
- dass Banken eine wichtige Rolle bei der Vermeidung der schädlichen Konsequenzen asymmetrischer Information spielen können, indem sie bei der Kreditvergabe sorgfältig selektieren und vergebene Kredite kontrollieren, wobei
- innerhalb langfristiger Beziehungen zwischen Banken und Unternehmen implizite Kontrakte möglich sind, durch die Kreditbeziehungen gestützt werden können, die in anonymen Märkten nicht möglich sind.

Allerdings wird die Versicherung von Liquiditätsunsicherheit beeinträchtigt, wenn das Bankensystem in Konkurrenz zu Finanzmärkten steht. Ferner setzt ein effektiver Umgang der Banken mit asymmetrischer Funktion im nichtfinanziellen Sektor voraus, dass die Banken selbst effektiv kontrolliert und reguliert werden.

Fazit: Die Konvergenz verschiedener Finanzsysteme hin zu einem System, in dem Investitionen zwar von Finanzintermediären finanziert werden, die resultierenden finanziellen Ansprüche aber auf Märkten handelbar sind (s. Abschnitt 1.3), kann aufgefasst werden als eine Entwicklung, die sich einerseits die Vorzüge von Banken bei der Unternehmensfinanzierung nutzbar macht, andererseits aber auch die Vorzüge von Märkten bei der Risikoteilung.