



UNIVERSITÄT REGENSBURG

Fakultät für Physik

Anleitung zum Anfängerpraktikum A2

1 - Kennlinien und Wheatstone-Brücke

26. überarbeitete Auflage 2021

Dr. Stephan Giglberger

Prof. Dr. Jascha Repp

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung . . . . .	3
1.1	Lernziele . . . . .	3
1.2	Vorkenntnisse . . . . .	3
2	Grundlagen . . . . .	3
2.1	Zusammenfassung der Kirchhoff'schen Gesetze . . . . .	3
2.2	Kennlinien . . . . .	4
2.3	Wheatstone-Brücke . . . . .	4
2.4	Kontaktwiderstand und Vierpunktmessung . . . . .	6
2.5	Weitere Themen . . . . .	7
3	Vorbereitende Fragen zum Versuch . . . . .	7
4	Hinweise zum Versuchsaufbau . . . . .	8
5	Aufgabenstellung . . . . .	9
5.1	Strom-Spannungs-Kennlinien . . . . .	9
5.2	Vierpunktmessung . . . . .	10
5.3	Wheatstone-Brücke . . . . .	11

# Kennlinien und Wheatstone-Brücke

## 1 Einleitung

### 1.1 Lernziele

- Sie kennen das Prinzip einer Brückenschaltung und dessen Vorteile.
- Sie sind in der Lage, einfache Brückenschaltungen zur Widerstandsbestimmung aufzubauen.
- Sie kennen die Bedeutung von Kennlinien.
- Sie lernen das Prinzip einer Vierpunktmessung kennen.

### 1.2 Vorkenntnisse

- Grundbegriffe aus dem Vorversuch
- Umgang mit Multimetern (Vorversuch)
- strom- und spannungsrichtige Messung (Vorversuch)

## 2 Grundlagen

### 2.1 Zusammenfassung der Kirchhoff'schen Gesetze

Die Kirchhoff'schen Gesetze lauten

1. Die (vorzeichenrichtige) Summe über die Ströme, die in einen Knotenpunkt eines elektrischen Schaltkreises fließen, ist Null.
2. Die (vorzeichenrichtige) Summe über die Spannungen, die über die Teile einer Schleife innerhalb eines elektrischen Schaltkreises abfallen, ist Null.

Kurz gesagt folgt das erste Gesetz aus der Ladungserhaltung und zusätzlich daraus, dass sich an einem Knotenpunkt eines elektrischen Schaltkreises keine Ladungen ansammeln können. Das zweite Gesetz ergibt sich daraus, dass Spannungen Potenzialdifferenzen sind; die Summe über die Teilspannungen

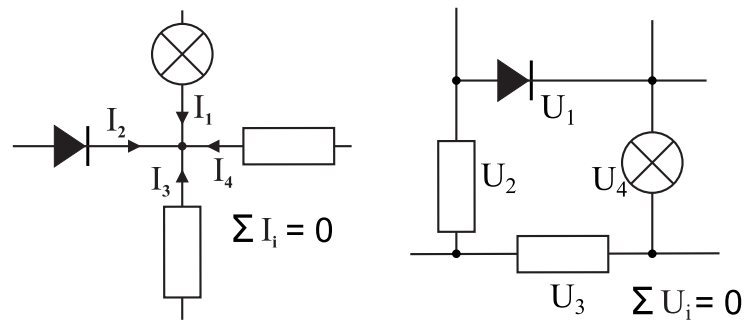


Abbildung 1: Kirchhoff'sche Gesetze

innerhalb einer Schleife entspricht daher der Potenzialdifferenz zwischen ein und demselben Punkt. Sollten Sie nach dieser kurzen Zusammenfassung unsicher sein, sollten Sie die Kirchhoff'schen Gesetze in einer ausführlicheren Darstellung nachlesen.

## 2.2 Kennlinien

Legt man an ein elektrisches Bauelement eine Spannung an, so fließt ein Strom. Den Zusammenhang zwischen beiden Größen beschreibt die sogenannte **Strom-Spannungs-Kennlinie**. Diese Kennlinie ist charakteristisch für das Bauelement.

Man kann für jedes Wertepaar einen Widerstandswert  $R = U/I$  definieren, jedoch nur den idealen Ohmschen Widerstand zeichnet aus, dass  $R$  konstant ist und nicht von  $U$  und  $I$  abhängt. Daraus folgt unmittelbar, dass ein Widerstand eine lineare Kennlinie als Ursprungsgerade  $U = RI$  mit der Steigung  $R$  besitzt. Dioden zeichnen sich gerade dadurch aus, dass der Strom abhängig von der Polarität der angelegten Spannung ist, d. h.  $I(+U) \neq -I(-U)$ . Die Diodenkennlinie ist höchst nichtlinear. Transistoren werden ebenfalls durch Kennlinien charakterisiert. Da Transistoren einen dritten Anschluss besitzen, stellt die Spannung am dritten Anschluss einen zusätzlichen Parameter dar und der Transistor wird durch eine ganze Kennlinienschar charakterisiert. Auch beispielsweise eine Batterie kann durch eine entsprechende Kennlinie charakterisiert werden, wobei der Schnittpunkt mit der Abszisse (x-Achse) der Leerlaufspannung und die Steigung dem Innenwiderstand entspricht.

## 2.3 Wheatstone-Brücke

Da die Kennlinie eines Widerstandes allein durch die Steigung  $R$  charakterisiert wird, kann man den Wert eines Widerstands ermitteln, indem man einen bekannten (DC-)Strom durch ihn hindurch fließen lässt und die Spannung über dem Widerstand mit einem Voltmeter misst. Nach  $R = U/I$  lässt sich

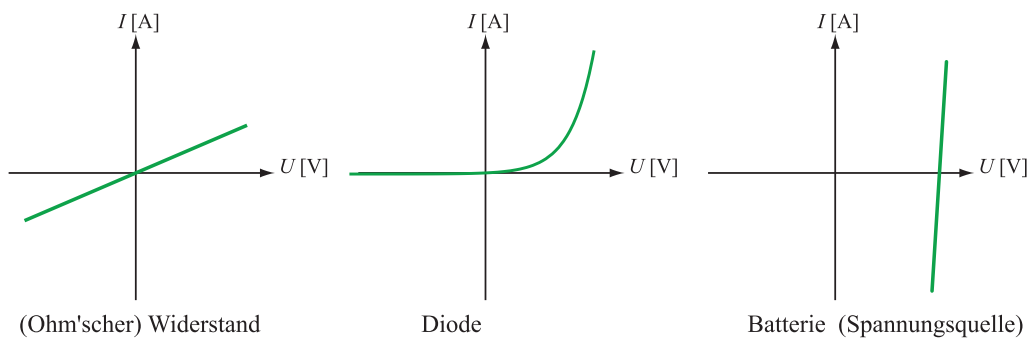


Abbildung 2: Kennlinien elektronischer Bauelemente

daraus der Widerstandswert bestimmen. Wie Sie im Vorversuch jedoch schon kennengelernt haben, ergibt sich für hochpräzise Messungen das Problem, dass bei der Spannungsmessung in der Regel ein Strom in das Messinstrument fließt und bei der Strommessung eine Spannung über das Amperemeter abfällt. Ersteres ist jedoch nicht prinzipiell bedingt, wie wir später sehen werden.

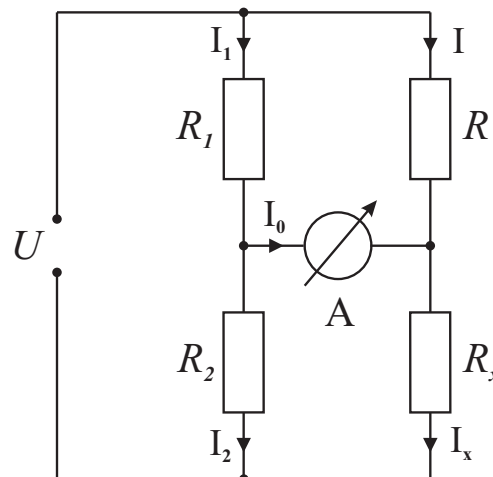


Abbildung 3: zu Aufgabe 5: Wheatstone-Brücke

Mit einer **Wheatstone-Messbrücke** wird dieses Problem umgangen. Der Wert eines unbekanntes Widerstandes kann sehr präzise zu drei bekannten Widerständen ins Verhältnis gesetzt werden. Die Messbrücke besteht aus einem Netzwerk zweier abgleichbarer Spannungsteiler gemäß Abb. 3. Stehen die beiden Teiler  $R_1 : R_2$  und  $R : R_x$  im gleichen Verhältnis, so fließt kein Strom mehr durch das Amperemeter. (Falls der zu bestimmende Widerstand  $R$  sehr hochohmig ist, kann statt des Amperemeters auch ein Voltmeter verwendet werden, am Prinzip der Schaltung ändert dies nichts.)

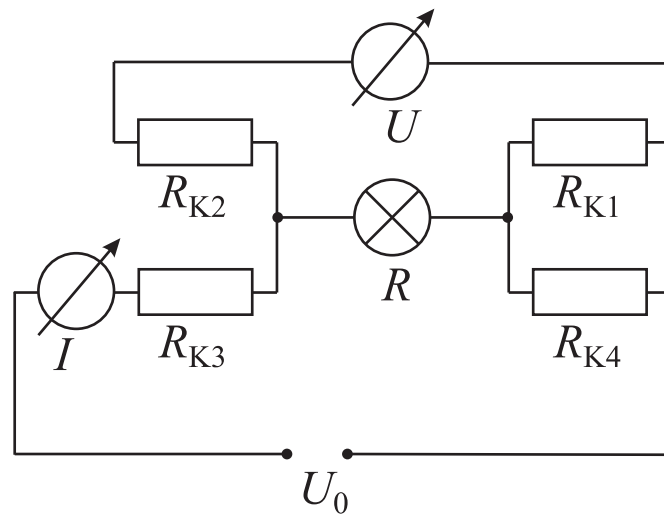
Man kann sich an dieser Stelle fragen, warum bei der Wheatstone-Messbrücke nicht derselbe Fehler wie bei der Spannungsfehlermessung bzw. stromrichtigen Messung (siehe Vorversuch) auftritt.

Tatsächlich illustriert das Prinzip der Wheatstone-Messbrücke, dass sich das elektrische Potenzial an einem Punkt durchaus stromlos bestimmen lässt. Durch den Abgleich der Brücke werden die beiden Anschlüsse des Amperemeters auf gleiches Potenzial gebracht. Da der Abgleich der Brücke gerade bedeutet, dass kein Strom durch das Amperemeter fließt, ist die Potenzialbestimmung stromlos und der sonst damit verbundene systematische Fehler entfällt.

Die Wheatstone-Messbrücke illustriert ein weiteres wichtiges Prinzip, das bei präzisen Messungen vielfach Verwendung findet. Durch den Aufbau der Brücke können Sie *Differenzen* in den beiden Zweigen sehr viel präziser bestimmen, als wenn Sie den Wert des Widerstandes  $R$  direkt messen und so Änderungen dieses Wert detektieren wollten. Bei letztgenanntem Ansatz wäre die Möglichkeit, Differenzen zuverlässig zu bestimmen, begrenzt durch die relative Genauigkeit der Messung, die mit einem einfachen Multimeter typischerweise im Bereich  $10^{-2}$  liegt. In einer Wheatstone-Messbrücke können Differenzen im  $\mu\text{V}$ -Bereich zuverlässig detektiert werden. Wenn Sie die Messbrücke mit einer Spannungsquelle im V-Bereich betreiben, erreichen Sie relativ problemlos eine Sensitivität von  $10^{-6}$  für Differenzen. Mit entsprechend anspruchsvolleren Instrumenten kann das noch deutlich gesteigert werden. Dieses Messprinzip und entsprechende Signale bezeichnet man als **differenziell**. Besonders in der Sensorik ist das Prinzip weit verbreitet. Zum Beispiel könnten  $R$  und  $R_x$  zwei temperaturabhängige Widerstände der gleichen Bauart sein, wobei der Referenzwiderstand  $R_x$  auf Zimmertemperatur (oder einer anderen Referenztemperatur) gehalten wird. Der Widerstand  $R$  ist hingegen der eigentliche Temperatursensor. Mit dieser Möglichkeit können Temperaturunterschiede sehr präzise detektiert werden. Wir werden dieses Prinzip unter anderem in Versuch 5a – Lock-In Verstärker verwenden. Der Abgleich der Brücke hängt nicht von der Gesamtspannung ab, mit der Sie die Brücke betreiben. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass die Schaltung sehr unempfindlich gegen Fluktuationen der Gesamtspannung ist. Auch dies ist ein wichtiger Vorteil des Prinzips einer differentiellen Messung.

## 2.4 Kontaktwiderstand und Vierpunktmessung

Ein weiteres Problem bei der Bauteilcharakterisierung ergibt sich aus dem sogenannten **Kontaktwiderstand**. Jegliche Kontaktierung bedingt einen kleinen Widerstand — bei der Kontaktierung über eine Prüfspitze und an oxidierte Kontakte kann der Kontaktwiderstand erheblich sein. Bei der Charakterisierung eines Bauteils mit einer nichtlinearen Kennlinie kann ein Kontaktwiderstand sogar den *qualitativen* Verlauf der Kennlinie markant verfälschen. Dieses Problem wird umgangen, wenn die Kontakte, die zur Spannungsmessung dienen, getrennt sind von den Kontakten, mittels derer der Strom durch das Bauelement geschickt wird. Die Kontaktwiderstände  $R_{K3}$  und  $R_{K4}$  im Strom-Schaltkreis (siehe Abb. 4) ändern nichts am Strom, der durch das zu messende Bauteil fließt, und an den Kontaktwiderständen  $R_{K1}$  und  $R_{K2}$  im Schaltkreis der Spannungsmessung fällt im Idealfall keine Spannung ab, wenn die Spannungsmessung stromlos erfolgt (siehe oben). Da für eine solche Messung vier Kontakte notwendig sind, nennt man sie **Vierpunktmessung**.



**Abbildung 4:** Prinzip einer Vierpunktmessung. Die Widerstände  $R_{K1} \dots R_{K4}$  repräsentieren keine Bauelemente, sondern sind Ersatzschaltbilder für die unvermeidlichen Widerstände, die bei einer Kontaktierung auftreten.

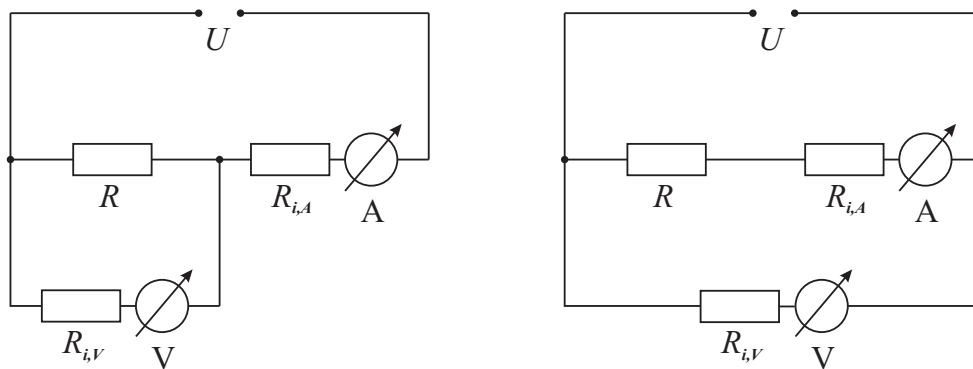
## 2.5 Weitere Themen

Die folgenden Stichworte sind mit den hier bearbeiteten Fragestellungen verwandt, und Sie sollten vor Versuchsbeginn mit diesen Themen vertraut sein:

- Ohmsches Gesetz und spezifischer Widerstand
- Leerlaufspannung, Klemmenspannung, Kurzschlussstrom
- Spannungsteiler, Brückenschaltung, differenzielle Messung
- Zener-Diode

## 3 Vorbereitende Fragen zum Versuch

1. Ist eine Widerstandsbestimmung mit Stromfluss und Spannungsfall auch bei Wechselstrom möglich?
2. Sie sollen in diesem Versuch die Kennlinie eines Widerstandes  $R$  aufnehmen. Abb. 5 zeigt hierzu zwei mögliche Schaltungen. Mit jeder der beiden Schaltungen wird allerdings bei der direkten Bestimmung des Widerstandes aus dem Ohm'schen Gesetz mit den Messwerten für Spannung und Strom ein Fehler gemacht.  
Wodurch entsteht jeweils dieser Fehler in den beiden Schaltungen?



**Abbildung 5:** zu Aufgabe 2: mögliche Schaltungen zur Bestimmung des Widerstandes aus dem Ohm'schen Gesetz

3. Gegeben seien nun folgende Innenwiderstände für Voltmeter und Amperemeter:

$$\text{Voltmeter: } R_1^V = 10^5 \, \Omega$$

$$\text{Amperemeter: } R_1^A = 5 \, \Omega$$

Wählen Sie verschiedene Werte für den Widerstand  $R$  und berechnen Sie den Fehler, der bei der Bestimmung dieses Widerstandes aus dem Ohm'schen Gesetz mit den Messwerten entsteht (für beide Schaltungen). Der Bereich von  $R$  sollte so gewählt werden, dass die relevanten Änderungen überdeckt werden, d.h. von sehr kleinen relativem Fehler bis hin zu sehr großen. Tragen Sie den relativen Fehler  $\frac{|R - R_{\text{gemessen}}|}{R}$  als Funktion von  $R$  auf doppelt-logarithmisches Papier auf. Begründen Sie aus der Abbildung, welche Schaltung man für kleine und welche man für große Widerstände benutzen sollte.

4. Manchmal möchte man den Stromfluss durch das Bauteil bei der Messung der Kennlinie begrenzen, damit dieses nicht beschädigt werden kann. Dies kann man durch einen zusätzlichen Schutzwiderstand in der Schaltung erreichen. Überlegen Sie in Vorbereitung auf den Versuch, wo Sie den Schutzwiderstand in Ihrer Schaltung einfügen müssen, dass er den Strom zwar begrenzt, aber die Kennlinie nicht beeinflusst wird. Zeichnen Sie das zugehörige Schaltbild der Messung.
5. Leiten Sie mit Hilfe der Kirchhoff'schen Gesetze die Abgleichbedingung für die Wheatstone-Brücke her (Abb. 3). (Hinweis: bei abgeglichenem System ist der Strom  $I_0$  durch das Brückeninstrument gleich Null!)

## 4 Hinweise zum Versuchsaufbau

Nach jeder Veränderung der Schaltung sollte stets bei der Spannung  $U = 0$  begonnen werden, um eine Beschädigung des Nullinstruments zu vermeiden.



Bei der Wheatstone-Messbrücke werden die Festwiderstände  $R_1$  und  $R_2$  in der Schaltung aus Abb. 3 durch einen einstellbaren Widerstand, ein Potentiometer, ersetzt. Dieses Potentiometer hat eine mechanische Anzeige der aktuellen Einstellung  $N$ , wobei  $N$  zwischen 0 bis 1000 sein kann. Das Potentiometer hat einen sogenannten Mittelabgriff oder Schleifer. Das Potentiometer stellt daher zwei Widerstände in einer Reihenschaltung dar, deren Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}}$  fest ist. Lediglich die Aufteilung des Gesamtwiderstandes auf die beiden Teilwiderstände  $R_1$  und  $R_2$  variiert gemäß  $R_1 = NR_{\text{ges}}/1000$  und  $R_2 = (1000 - N)R_{\text{ges}}/1000$ . Sie sollten beim Einbau darauf achten, dass die drei Anschlüsse nicht äquivalent sind.

Im Potentiometer ist am Mittelabgriff noch ein zusätzlicher (Schutz-) Widerstand eingebaut, der verhindert, dass über den Mittelabgriff ein zu großer Strom in das Amperemeter fließen kann. Überlegen Sie, ob und wie stark dieser Schutzwiderstand Einfluss auf die Genauigkeit Ihrer Messung hat.

## 5 Aufgabenstellung

### 5.1 Strom-Spannungs-Kennlinien

Nehmen Sie durch Messung von Strom und Spannung Kennlinien auf. Fertigen Sie hierfür eine Messwerttabelle an und tragen die Werte auf Millimeterpapier ein. Überlegen Sie vorher, welche der Schaltungen aus Abschnitt 3, Aufgabe 2 für die einzelnen Messungen sinnvoll ist.

Bestimmen Sie die Widerstände aus der Steigung der Kennlinien und vergleichen Sie die Ergebnisse mit einer automatisierten Widerstandsmessung (Ohm-Bereich des Multimeters). Versuchen Sie dies auch bei der Zenerdiode für beide Polaritäten.

#### 1. Bleistiftmine

Zusätzlich zu den oben beschriebenen Aufgaben sollten Sie hier aus dem resultierenden Widerstandswert den spezifischen Widerstand der Mine in  $\Omega\text{m}$  und bestimmen ihn mit typischen Werten für Metalle (z.B. Kupfer:  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ ) vergleichen. Beachten Sie, dass als Länge der Abstand der Klemmen eingeht.

#### 2. Zener-Diode



**Abbildung 6:** Zenerdiode

Für die Zener-Diode ist ein zusätzlicher Schutzwiderstand nötig, z.B. 1 ... 10 k $\Omega$ , um den Strom

auf ein Maximum zu begrenzen. Lassen Sie sich von Ihrer Betreuerin oder Ihrem Betreuer bestätigen, dass die von Ihnen im Rahmen der Vorbereitung (Abschnitt 3) erarbeitete Schaltung korrekt ist, bevor Sie sie verwenden.

Die Anschlüsse einer Diode heißen **Anode** und **Kathode**. die Kathode ist typischerweise mit einem Ring markiert (siehe Abb. 6). Wenn Sie die Kathode an den negativen Pol der Spannungsquelle anschließen, dann messen Sie in **Durchlassrichtung** (auch Vorwärtsrichtung) der Diode, d.h. bei moderater Spannung von 0.6 V kann der Strom durch die Diode hindurch fließen. Wenn Sie die Diode umpolen, dann messen Sie in Sperrrichtung, d.h. der Stromfluss wird (zunächst) gesperrt.

Die Zener-Diode besitzt eine Besonderheit: ab einer bestimmten Spannung in **Sperrrichtung** wird sie plötzlich leitend; man spricht von der sogenannten Durchbruchspannung.

Bestimmen Sie aus der Kennlinie die Durchbruchspannung der Zener-Diode. Die Kennlinie besitzt zwei Bereiche in denen sich die Steigung der Kennlinie stark ändert. Stellen Sie sicher, dass Sie in diesen Bereichen viel mehr Datenpunkte aufnehmen als in den anderen Bereichen, damit Sie die Kennlinie adäquat wiedergeben können.

## 5.2 Vierpunktmessung

Um den Vorzug einer Vierpunktmessung in eigener Anschauung zu begreifen, bestimmen Sie zunächst in einer Zweipunktmessung den Widerstand des Edelstahlrahtes. Wie bei der Bleistiftmine sollten Sie aus dem resultierenden Widerstandswert den spezifischen Widerstand berechnen. Beachten Sie auch hier, dass als Länge der Abstand der Klemmen eingeht.

Beachten Sie, dass Sie nicht so viel Strom durch den Draht schicken, dass dieser merklich heiß wird, da er sich sonst nicht wie ein Ohmscher Widerstand verhält. Wenn Sie dies beachten, dürfen Sie umgekehrt davon ausgehen, dass das Ohmsche Gesetz gilt, und Sie dürfen den Widerstand aus einem einzigen, gut gewählten Strom-Spannungs-Wertepaar bestimmen.

Wiederholen Sie jedoch diese Zweipunktmessung für drei signifikant unterschiedliche Klemmpunkte. Wenn die Kontaktwiderstände keine Rolle spielen, müsste der Widerstand proportional zum Abstand der Klemmpunkte sein. Begründen Sie diese Aussage in Ihrem Protokoll und überprüfen Sie, ob dies der Fall ist.

Gehen Sie nun zu einer Vierpunktmessung über, indem Sie vier Klemmen verwenden. Sie sollten die Klemmen für den Stromkreis und die Spannungsmessung auf jeder Seite nicht übereinander klemmen. Sie können die vier Klemmen ruhig in einem gewissen Abstand platzieren. Schließen Sie die Klemmen so an, dass die äußeren Klemmen den Strom durch den Draht senden und die beiden Inneren Klemmen zur Spannungsmessung dienen. Als Leitungslänge müssen Sie den Abstand der inneren Klemmen verwenden. Begründen Sie in Ihrem Protokoll die Anordnung der Klemmen und die Wahl des Abstandes. Wiederholen Sie nun auch diese Vierpunktmessung für drei signifikant unterschied-

liche Klemmpunkte. Da nur die Klemmpunkte der Spannungsmessung eine Rolle spielen, können Sie sogar die Klemmen des Stromkreises fest lassen. Überprüfen Sie, wie gut die Proportionalität zwischen Widerstand und Klemmabstand in diesem Experiment reproduziert wird.

### 5.3 Wheatstone-Brücke

In diesem Teil des Versuches soll die nichtlineare Kennlinie einer Glühbirne aufgenommen werden. Die verwendete Glühbirne trägt die Bezeichnung 6V, 3W, was sich auf die maximale Spannung und die maximale Leistung bezieht.

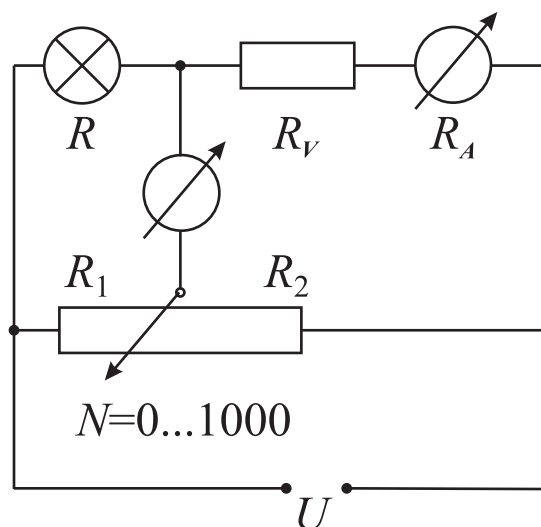


Abbildung 7: Aufbau der Schaltung zur Widerstandsmessung der Glühbirne

Bauen Sie dazu die Wheatstone-Brücke gemäß Abb. 7 auf und nehmen Sie  $R$ - $I$ -Wertepaare auf. Lesen Sie jedoch zunächst diese Aufgabe bis zum Ende durch, damit Sie schon beim ersten Durchlauf alles Wichtige beachten. Die Wertepaare sollten bis in den Bereich der maximalen Spannung und Leistung vordringen. Um die Nichtlinearität in den Daten gut erkennen zu können, verteilen Sie bitte Ihre Datenpunkte ungleichmäßig von 0 bis  $I_{\max}$ , indem Sie für kleine Ströme besonders viele Datenpunkte aufnehmen.

Da die Glühbirne relativ niederohmig werden kann, muss der Innenwiderstand des Amperemeters in diesem Versuch berücksichtigt werden. Da dieser von der Bereichseinstellung des Amperemeters abhängig sein kann, überlegen Sie, welche Bereichseinstellung sinnvoll bei maximalem Strom ist, und behalten Sie während dieses Versuches diese Bereichseinstellung bei. Bestimmen Sie mit einer geeigneten Messung den Innenwiderstand des Amperemeters  $R_A$  bei dieser der Bereichseinstellung und berücksichtigen Sie diesen Widerstand entsprechend. (Wenn Sie die Abb. 3 und 7 miteinander vergleichen, dann sehen Sie, dass  $R_V + R_A$  in Abb. 7  $R_X$  in Abb. 3 entspricht).

Beachten Sie die in Abschnitt 4 gegebenen Hinweise zum Potentiometer.

Die Empfindlichkeit der Messbrücke und die erzielbare Genauigkeit sind besonders hoch, wenn  $R_1$  und  $R_2$  ähnlich groß sind. Überlegen Sie, was dies für den gewünschten Bereich des Wertes  $N$  bedeutet und wie groß  $R_V + R_A$  in Relation zu  $R$  sein sollte. Da  $R$  zunächst unbekannt ist, können Sie  $R_V + R_A$  nicht entsprechend auswählen. Allerdings können Sie anhand der Angaben auf der Glühbirne den Widerstand der Glühbirne vorab abschätzen.

Wenn Sie feststellen, dass das Verhältnis  $R$  zu  $R_V + R_A$  aus Ihrer ersten Messung überhaupt nicht wie gewünscht ist, dann führen Sie eine zweite (genauere) Messung mit einem geeigneten Vergleichswiderstand  $R_V$  durch.

Zeichnen Sie also die  $R$ - $I$ -Wertepaare auf. Stellen Sie den Verlauf von  $R(I)$ - auf Millimeterpapier dar. Schätzen Sie die Messungenauigkeit ab und zeichnen Sie diese mit in das Diagramm ein. In diesem Zusammenhang möchten wir Sie auf Folgendes aufmerksam machen. Ihre absolute Widerstandsmessung ist nur so genau, wie Ihnen der Referenzwiderstand  $R_V + R_A$  bekannt ist. Dieser geht aber in die einzelnen Werte der  $R(I)$ -Kurve auf immer gleiche Weise ein. Der Kurvenverlauf ist daher unabhängig von der Genauigkeit, mit der Ihnen  $R_V + R_A$  bekannt ist. Schätzen Sie daher separat ab, wie genau Ihre Widerstandsbestimmung wäre, wenn Sie einen exakt bekannten Referenzwiderstand  $R_V + R_A$  zur Verfügung hätten.

Rechnen Sie schließlich aus den  $R$ - $I$ -Wertepaare  $I$ - $U$ -Wertepaare aus und zeichnen Sie die Kennlinie auf Millimeterpapier auf. Zeichnen Sie eine Ursprungsgerade zum höchsten Wertepaar ein, um den nichtlinearen Charakter der Kennlinie deutlich sichtbar zu machen.